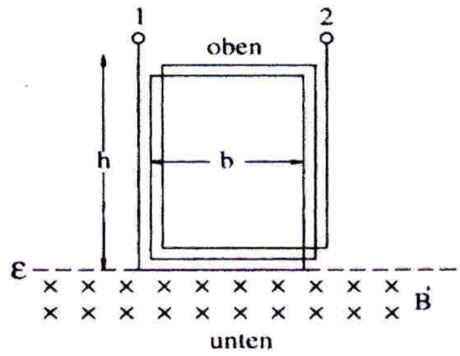
1. Nach-Klausur - LK Physik – Sporenberg - Q1/2 20.04.2013

1.Aufgabe: Gegeben ist eine flache Rechteckspule mit $n = 100$ Windungen, der Höhe $h = 20$ cm, der Breite $b = 3{,}0$ cm und den Anschlüssen 1 und 2 (siehe Skizze). Diese Spule steht senkrecht über einem Magnetfeld (homogen, Flussdichte B), das durch die Ebene ε nach oben begrenzt, ansonsten unbegrenzt ist. Die Feldlinien des Magnetfeldes verlaufen horizontal, wie die Skizze mit Blick von vorn zeigt. Es wird vorausgesetzt, dass die Querschnittsfläche der Spule stets senkrecht auf den Feldlinien steht.



Die Spule ist über ihre Anschlüsse 1 und 2 an ein empfindliches Spannungsmessgerät angeschlossen. Während man die Spule mit konstanter Geschwindigkeit $v = 1{,}5$ cm/s senkrecht nach unten in das Magnetfeld hineinbewegt, wird am Messgerät die Spannung 10,8 mV angezeigt.

a) An welchen Spulenanschluss entsteht der Pluspol und an welchem der Minuspol der Induktionsspannung? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Berechnen Sie den Betrag der magnetischen Flussdichte.

Die Spule befindet sich nun wieder genau am Rand des durch ε begrenzten Magnetfeldes (Skizze). Zur Zeit $t = 0$ s wird die Spule losgelassen und fällt in das Magnetfeld hinein. Unter Vernachlässigung störender Einflüsse kann von einem freien Fall der Spule ausgegangen werden.

c) Berechnen Sie den Zeitpunkt t_1, zu dem die Spulenfläche vollständig vom Magnetfeld durchsetzt ist.

d) Stellen Sie die vom Messgerät angezeigt Spannung $0 \le t \le 2t_1$ in einem Zeit-Spannungs-Diagramm (1 cm ≡ 0,05 s bzw. 1 cm ≡ 0,5 V). Führen Sie die notwendigen Berechnungen durch, und begründen Sie den Verlauf des Diagramms.

e) Zu welchen(m) Zeitpunkt(en) wirkt auf die Leiterschleife eine Bremskraft und an welchem Leiterstück greift diese jeweils an?

2. Aufgabe:

I. Ein ungedämpfter elektrischer Schwingkreis schwingt mit der Frequenz $f = 100$ Hz. Zum Zeitpunkt $t = 0$ trägt der Kondensator die Ladung $Q_{max} = 1 \cdot 10^{-5}$ C.

a) Welche Ladung trägt er zum Zeitpunkt $t_1 = 7/8\, T$?

b) Wie groß ist zu diesem Zeitpunkt die Stromstärke?

c) Auf welchen Bruchteil ist zu diesem Zeitpunkt die elektrische Feldenergie gesunken?

II. Bei einem Schwingkreis, dessen Dämpfung vernachlässigt werden soll, ist $C = 500$ nF und $L = 200$ mH. Zum Zeitpunkt $t = 0$ s trägt der Kondensator die Ladung $Q_{max} = 2 \cdot 10^{-4}$ C.

a) Mit welcher Frequenz schwingt der Kreis? Welchen Höchstwert erreicht die Stromstärke?

b) Welcher Bruchteil der Gesamtenergie liegt als magnetische Feldenergie vor, wenn die Spannung am Kondensator gerade die Hälfte des Maximalwertes ist? In welchem Bruchteil von T sinkt die Kondensatorspannung auf die Hälfte?

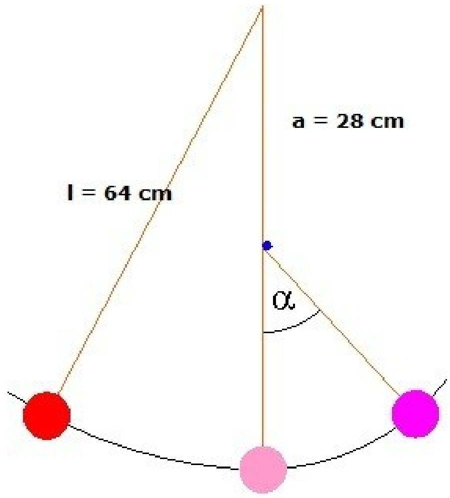
c) Nach welcher Zeit seit Beginn der Schwingung ist erstmals $I = I_{max}/2$? Wieviel Prozent der Gesamtenergie steckt dann noch im elektrischen Feld?

III. Bei der Dämpfung einer harmonischen Schwingung wird fortwährend Energie entzogen.

a) Zeige, dass unabhängig von der Amplitude in jeder Halbperiode ein gleich bleibender Bruchteil der gerade vorhandenen Energie entzogen wird.

b) Wie groß ist der Energieentzug je Periode bei $k = ½$?

3.Aufgabe: a) Stellen Sie die Differenzialgleichung für das Fadenpendel auf (Skizze). Dabei sei vorausgesetzt, dass die Auslenkung klein ist. Wie geht dies in die Differenzialgleichung ein? Lösen Sie die Differenzialgleichung und erläutern Sie die einzelnen Schritte. Was erwarten Sie für Werte für die Schwingungsdauer, wenn der Winkel größer wird? Begründen Sie dies.
b) Ein Fadenpendel macht in einer Minute 30 Schwingungen. Wie muss man es verkürzen, wenn es in der gleichen Zeit 90 Schwingungen ausführen soll?
c) Auf dem Mond wird von Astronauten die Fallbeschleunigung mit Hilfe eines Fadenpendels bestimmt. Sie messen zunächst die Schwingungsdauer T_1 = 3 s. Nach Verlängerung der Pendellänge um Δl = 1,11 m wird die doppelte Schwingungsdauer T_2 = 6 s festgestellt. Welche Fallbeschleunigung wird aus den Messdaten ermittelt?
d) Eine Pendeluhr, deren Pendel bei richtigem Gang T_2 = 1 s haben soll, geht täglich 6 min vor. Wie muss die Pendellänge verändert werden, damit die Uhr wieder richtig geht?
e) Bei einem Fadenpendel der Länge l = 64 cm wird senkrecht unter seinem Aufhängepunkt eine zur Schwingungsebene senkrechte Stange S im Abstand a = 28 cm angebracht. Wie groß ist die Schwingungsdauer dieses sog. GALILEI-Hemmungspendels?



Lösung

1.Aufgabe:

a)Ermittlung der Polung durch die U-V-W-Regel der rechten Hand:
Ursache: Bewegung der Ladungsträger
Vermittlung: Magnetfeld (in die Papierebene)
Wirkung: Kraft auf die Ladungsträger
Anschluss 2 ist positiv, Anschluss 1 ist negativ.

b)Im stationären Fall gilt:

$$F_E = F_L \Rightarrow q \cdot E = q \cdot v_1 \cdot B \Rightarrow U_1 = b \cdot v_1 \cdot B$$

Bei n Windungen addieren sich die Einzelspannungen: U = n U_1

$$U = n \cdot b \cdot v_1 \; B \Rightarrow B = \frac{U}{n \cdot b v_1} \approx 0{,}24\ T$$

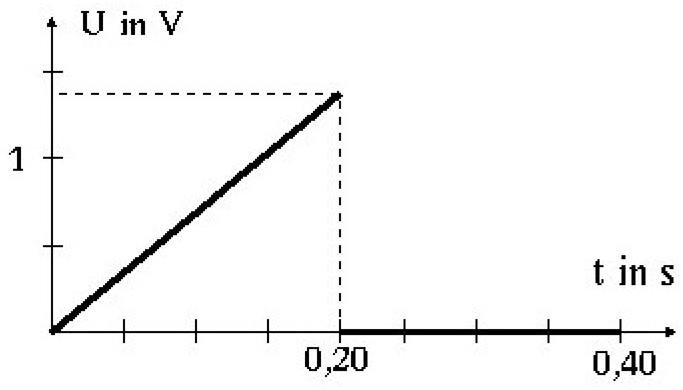
c) $h = \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0{,}20\ s$

d) Für $0 < t \leq t_1$ gilt:

$$|U(t)| = n \cdot \dot{\Phi}(t) = n \cdot B \cdot \dot{A}(t) = n \cdot B \cdot b \cdot \dot{h}(t) = n \cdot B \cdot b \cdot g \cdot t \approx 1{,}4\ V$$

Für $t_1 < t \leq 2\,t_1$ gilt:

Der Fluss durch die Spule ändert sich nicht $\Rightarrow \Phi'(t) = 0 \Rightarrow U = 0$.



2.Aufgabe:

I.

a) Für den zeitlichen Verlauf der Ladung gilt: $Q(t) = Q_{max} \cos(\omega\, t)$. Daraus ergibt sich:

$Q(t) = Q_{max} \cos(\omega\, t) \quad \Rightarrow$

$$Q(t_1) = 10^{-5}\ C\ \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{7}{8}\,T\right) = 0{,}7 \cdot 10^{-5}\ C$$

Für den zeitlichen Verlauf der Stromstärke gilt dann:

$I(t) = Q'(t) = -\,\omega\, Q_{max} \sin(\omega\, t_1) = 4{,}44\ mA$

Maximale Feldenergie : $W_m = \frac{1}{2}\frac{1}{C}Q_{max}^2$; elektrische Feldenergie zum Zeitpunkt t_1 :

$W_1 = \frac{1}{2}\frac{1}{C}Q_1^2$. Daraus folgt:

$$\frac{W_1}{W_m} = \frac{\frac{1}{2}\frac{1}{C}Q_1^2}{\frac{1}{2}\frac{1}{C}Q_{max}^2} = \frac{Q_1^2}{Q_{max}^2} = \frac{Q_{max}^2\left(\cos\left(\frac{7}{8}\pi\right)\right)^2}{Q_{max}^2} = \frac{1}{2}$$

II.

a)Die Eigenfrequenz berechnet sich wie folgt: $f = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{L\,C}} = 503\ Hz$

Aus der Energieerhaltung $\frac{1}{2}\,L\,I_{max}^2 = \frac{1}{2}\,\frac{1}{C}\,Q_{max}^2$ ergibt sich für die maximale Stromstärke:

$$I_{max} = Q_{max}\,\frac{1}{\sqrt{L\,C}} = 0{,}63\ A$$

b)Halbe Spannung am Kondensator bedeutet:

$$U_1 = \frac{Q_1}{C} = \frac{Q_{max}}{2\,C}$$

Elektrische Feldenergie zu diesem Zeitpunkt: $W_1 = \frac{1}{2}\,\frac{1}{C}\,Q_1^2$

Bruchteil der Gesamtenergie: $\frac{W_1}{W_{max}} = \frac{\frac{1}{2}\,\frac{1}{C}\,Q_1^2}{\frac{1}{2}\,\frac{1}{C}\,Q_{max}^2} = \frac{\left(\frac{Q_{max}}{2}\right)^2}{Q_{max}^2} = \frac{1}{4}$

Aus dem zeitlichen Verlauf der Spannung $U(t) = U_{max}\,\cos\left(\frac{2\,\pi}{T}\,t\right)$

Folgt für den Zeitpunkt der halben Spannung: $\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{2\,\pi}{T}\,t\right)$;

Diese Bedingung ist erfüllt für den Zeitpunkt t = T/6.

c)Die Hälfte der Stromstärke ist erreicht, wenn die Bedingung

$$\frac{1}{2} = -\,\sin\left(\frac{2\,\pi}{T}\,t\right)\ \ \textit{ist erfüllt, also für}\ t = \frac{7\,T}{12}$$

Der Anteil der elektrischen Feldenergie ergibt sich aus dem Ansatz:

$$\frac{1}{2}\,L\left(\frac{I_{max}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\,C\,U^2 = \frac{1}{2}\,L\,I_{max}^2 : W_{el} = \frac{3}{4}\,W_{ges}\,,\quad \textit{also zu}\ 75\%$$

III.

a)Anfangsspannung U_{max}, Dämpfungskonstante k

Nach 1 Periode: $U_1 = k\ U_{max}$
Nach 2 Perioden: $U_2 = k\,U_1 = k_2\,U_{max}$

Daraus ergibt sich für die Energie:

$$\textit{Anfangsenergie}:\quad W_{max} = \frac{1}{2}\,C\,U_{max}^2$$

$$\textit{nach 1 Periode}:\ W_1 = \frac{1}{2}\,C\,U_1^2 = \frac{1}{2}\,C\,(k\cdot U_{max})^2 = W_{max}\ k^2$$

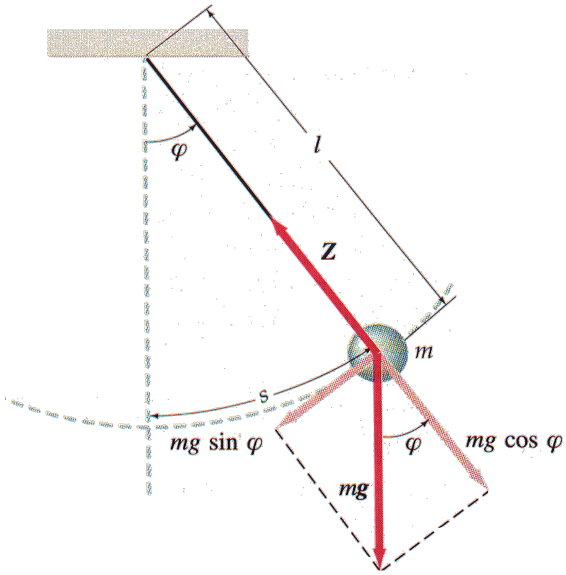
$$\textit{nach 2 Perioden}:\ W_2 = \frac{1}{2}\,C\,U_{21}^2 = \frac{1}{2}\,C\,(k_2\cdot U_{max})^2 = W_{max}\ k^4$$

Der Energieentzug umfasst somit den Bruchteil $1 - k^2$.

b)Bei k = ½ beträgt der Energieentzug je Periode somit 75%.

3.Aufgabe:

a) **F_R= m*g*sin (s/l).**
Für kleine Winkel φ gilt näherungsweise: sin φ ≈ φ bzw. sin (s/l) ≈ s/l. Damit erhält man:
m*a(t) = - m*g*s(t)/l
Und mit s''(t) = a(t) die folgende Differenzialgleichung:



$$m\, s''(t) + \frac{m\, g}{l}\, s(t) = 0$$

Als Lösung erhält man:

$$s(t) = A_0 \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}}\, t\right) \; und$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

b) Mit Hilfe der Gleichungen $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}} = 30 \;\; und \;\; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}} = 90$

erhält man $l_2 = 9*l_1$.

c) Auch hier wird die in a) angegebene Gleichung für die Schwingungsdauer benötigt. Statt g muss hier natürlich die Mondbeschleunigung eingesetzt werden.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{a_m}} = 3 \;\; und \;\; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{(l_1 + 1{,}11)}{a_m}} = 6$$

Löst man dieses Gleichungssystem auf, so erhält man: l_1 = 0,37 m und a_m = 1,623 m/s^2

d) Löst man die Gleichungen auf nach l_1 und l_2, so erhält man:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}} = 1\, s \;\; und \;\; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}} = \frac{60*60*24}{60*60*24 + 6*60} = 0{,}99581\, s$$

l_1 = 0,24849 m und l_2 = 0,246432 m, d.h. die Pendellänge muss um 0,00205 m = 2,05 mm verlängert werden.

e) Die Schwingungsdauer eines Hemmpendels ist $T_{Hemm} = T_1/2 + T_2/2$

T_1 = 1,60485 s und T_2 = 1,20364 s. Damit ergibt sich für T_{Hemm} = 1,40425 s.