Aufgaben zum Potenzialtopf – LK Physik Sporenberg – *ausgegeben am 12.09.2013*

1.Aufgabe: Welche diskreten Energiewerte kann ein Elektron in einem Potenzialtopf mit unendlich hohen Wänden der Länge $L = 2 \bullet 10^{-10}$ m annehmen?

2.Aufgabe: Skizzieren Sie die Wellenfunktion und die Wahrscheinlichkeitsfunktion zu n = 5 in einem linearen Potentialtopf mit unendlich hohen Wänden.

3.Aufgabe: Wie viele Energieniveaus liegen zwischen 0 und 100 eV in einem linearen Potenzialtopf der Länge $L = 2 \bullet 10^{-10}$ m?

4.Aufgabe: Wie viele Energieniveaus liegen zwischen 0 und 100 eV, wenn der lineare Potenzialtopf die Länge $L = 4 \bullet 10^{-10}$ m bzw. $L = 20 \bullet 10^{-10}$ m hat?

5.Aufgabe: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ein Elektron im zweiten Energiequantenzustand in einem Intervall Δx bei $x = 0{,}5 \bullet 10^{-10}$ m anzutreffen, das sich in einem Potenzialtopf der Länge $L = 2 \bullet 10^{-10}$ m befindet?

6.Aufgabe: Kann das Elektron in einem linearen Potenzialtopf als ein Planckscher Resonator betrachtet werden? (Begründung!)

7.Aufgabe: Kann ein Elektron in einem linearen Potenzialtopf der Länge $L = 2 \bullet 10^{-10}$ m den Energiewert 2 eV annehmen?

8. Aufgabe: Zu welcher Quantenzahl n gehört eine Wellenfunktion mit 6 Nullstellen (die bei 0 und a nicht mitgerechnet)?

9.Aufgabe: Wie viele diskrete Energiewerte gibt es in einem Potenzialtopf mit einer unendlich hohen und einer endlich hohen Wand der "Höhe" $W_o = 20$ MeV und der Länge $L = 3 \bullet 10^{-15}$ m?

10.Aufgabe: Schätzen Sie die Höhe W_O ab für ein Proton (Ladung +e, Masse $1{,}6725 \bullet 10^{-27}$ kg) in einem Potenzialtopf mit einer Länge von $L = 3 \bullet 10^{-15}$ m, wenn die Bindungsenergie (= $W_o - W_p$) 2 MeV beträgt?

11.Aufgabe: Geben Sie die Nullpunktsenergie für ein Elektron in einem linearen Potenzialtopf der Länge $L = 10^{-10}$ m an.

12.Aufgabe: Bestimmen Sie die Zahlen möglicher Energieniveaus $W_n \leq 40$ eV für ein Elektron in einem linearen Potenzialtopf der Länge $L = 4 \cdot 10^{-10}$ m. Wiederholen Sie die Rechnung für ein makroskopisches Teilchen der Masse $m = 9 \cdot 10^{-6}$ kg in einem Potenzialtopf der Länge L = 4 cm.

13.Aufgabe: Ein Elektron befindet sich in einer feldfreien Vakuumdiode. Der Abstand zwischen Kathode und Anode beträgt 1 cm.
a) Berechnen Sie die Mindestenergie eines Elektron in einem linearen Potenzialtopf der Länge 1 cm.
b) Welche Spannung ist nötig, um das Elektron auf diese Energie zu bringen?

14.Aufgabe: Betrachten Sie ein Elektron in einem eindimensionalen Potenzialtopf mit der Breite $2 \cdot 10^{-10}$ m. Berechnen Sie die Nullpunktsenergie. Diskutieren Sie unter Ausnutzung der Heisenbergschen Unschärferelation die Wirkung einer einfallenden Strahlung, durch welche das Elektron mit einer Genauigkeit von 1% (d.h. $\Delta x = 0{,}2 \cdot 10^{-10}$ m) lokalisiert werden soll.

15.Aufgabe: Schätzen Sie die Nullpunktsenergie eines Elektrons, das auf ein Gebiet der Größe 10^{-14} m beschränkt ist; dies ist die Größenordnung des Kerndurchmessers. Vergleichen Sie diese Energie sowohl mit der Gravitations- wie auch mit der Coulombenergie eines Elektron-Proton-Paares, das um den gleichen Abstand getrennt ist. Diskutieren Sie auf der Basis dieses Vergleichs die Möglichkeit, dass ein Elektron in einem Kern existieren kann.

16.Aufgabe: Berechnen Sie die Nullpunktsenergie eines Neutrons, das in einem Kern eingeschlossen ist, der die Größe 10^{-15} m hat.

17.Aufgabe: ß-Carotin-Molekül: In dem organischen Molekül können sich 22 Elektronen praktisch frei entlang einer Kohlenwasserstoffkette bewegen, das Molekül aber nicht verlassen. Das Verhalten dieser Elektronen kann näherungsweise durch das quantenmechanische Modell des eindimensionalen Potenzialtopfs der Länge a beschrieben werden.
a)Leiten Sie einen Ausdruck für die möglichen Energien eines Elektrons in einem solchen Potenzialtopf her und erklären Sie den Begriff Nullpunktsenergie.
b) Beschreiben Sie mit einer Skizze den Verlauf der Aufenthaltswahrscheinlichkeiten eines Elektrons im Zustand n = 2.
c) Im Grundzustand sind die tiefsten der in Teilaufgabe 2a berechneten Energieniveaus mit jeweils 2 Elektronen besetzt. Im Absorptionsspektrum von β-Carotin findet man eine Linie mit der Wellenlänge λ = 451nm. Diese Linie entspricht dem Übergang vom Grundzustand des Moleküls in den ersten angeregten Zustand. Berechnen Sie die Länge der Kohlenwasserstoffkette.

18. Aufgabe: Leuchtstoffe
Leuchtstoffröhren sind Niederdruck-Gasentladungslampen, häufig mit Quecksilberdampf als Füllgas. Im Betrieb emittieren die Quecksilberatome u. a. Ultraviolettstrahlung.
a)Erklären Sie kurz, wie es zur Entstehung dieser Strahlung kommt.
In der Beschichtung von Leuchtstoffröhren befinden sich Moleküle, die die UV-Strahlung der Quecksilberatome in sichtbares Licht umwandeln. Die Anregungszustände eines solchen Leuchtstoffmoleküls können näherungsweise durch das Modell eines eindimensionalen Potenzialtopfs beschrieben werden.
b) Erläutern Sie die Modellvorstellung eines Elektrons im unendlich tiefen, eindimensionalen Potenzialtopf und zeigen Sie, dass sich in diesem Modell die Energiestufen durch die Beziehung

$$W_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2 \;\; mit \;\; n = 1,2,3,..$$

beschreiben lassen, wobei L die Länge des Potenzialtopfs ist.
Ultraviolettstrahlung mit der Wellenlänge 253nm soll das Leuchtstoffmolekül vom Grundzustand in den zweiten angeregten Zustand bringen.
c) Bestätigen Sie, dass der Potenzialtopf $7{,}83 \cdot 10^{-10}$m lang sein muss.
d) Zeichnen Sie für das Leuchtstoffmolekül ein Energieniveauschema (Energie in eV) bis zum 2. Anregungszustand und zeigen Sie, dass eine Umwandlung in sichtbares Licht möglich ist.

19.Aufgabe: Ein einfaches quantenmechanisches Atommodell ist der lineare Potenzialtopf. Ein Elektron befinde sich in einem Topf der Länge L mit unendlich hohen Wänden. Seine Geschwindigkeit sei klein im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit.
a)Welche Wellenlängen kann dann die dem Elektron zugeordnete de-Broglie-Welle haben, und welche kinetischen Energien ergeben sich daraus?
b) Erläutern Sie mit Hilfe der Unschärferelation, warum im Grundzustand die kinetische Energie des Elektrons nicht Null sein kann.
c) Stellen Sie für die Quantenzahlen n = 1, 2 und 3 die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons als Funktion der Ortskoordinate x qualitativ dar (drei Diagramme untereinander; Topfwände bei x = 0 und x = L; L = 9 cm).
d) Beschreiben Sie, wie sich ein Elektron im Potenzialtopf nach klassischer Vorstellung bewegen müsste. Erläutern Sie, ob diese Vorstellung mit den in Teilaufgabe **c)** skizzierten Verteilungen im Einklang ist.

20.Aufgabe: Potenzialtopf
Das Zustandekommen von diskreten Energieniveaus (charakterisiert durch die Quantenzahl n) für ein in der Atomhülle gebundenes Elektron kann am Modell des eindimensionalen, unendlich hohen Potenzialtopfs veranschaulicht werden. Hier soll sich das Elektron in einem Potenzialtopf der Länge $l = 1{,}4 \cdot 10^{-10}$ m kräftefrei bewegen.

a)Zeigen Sie, dass für den Impuls eines Elektrons im Potenzialtopf nach de Broglie gilt:
b) Berechen Sie damit den kleinstmöglichen Energiewert des Elektrons im Potenzialtopfund erläutern Sie, inwiefern das Ergebnis einen Widerspruch zur klassischen Physik darstellt.

c) Bestimmen Sie die Werte der Quantenzahl n, bei denen von einer nichtrelativistischen Bewegung des Elektrons im Potenzialtopf der angegebenen Länge ausgegangen werden darf.