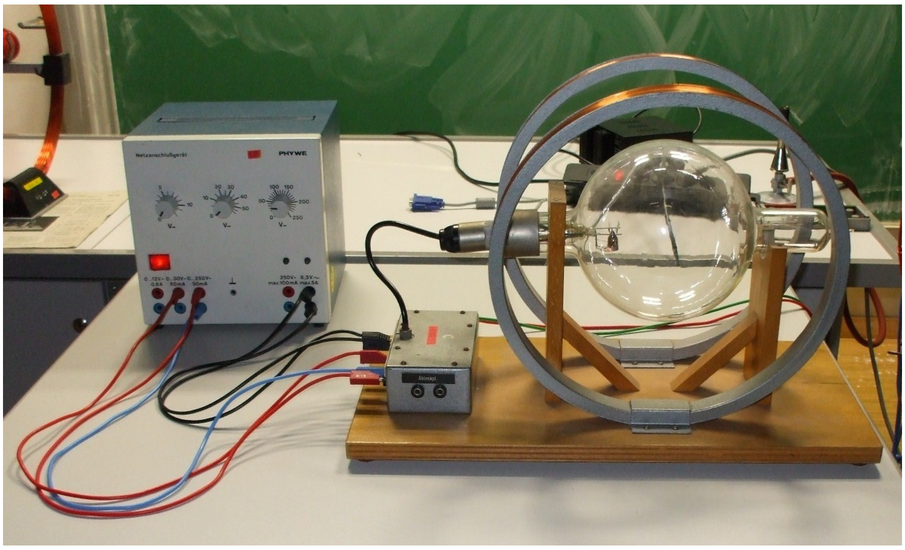
2.Klausur LK Physik – Sporenberg Marl, 06.12.2012

1. Aufgabe Das Fadenstrahlrohr

Anmerkungen zum Versuch:
In einem kugelförmigen Glaskolben befindet sich ein Elektronenstrahlsystem, das aus einer beheizten Kathode, einer mit einem Loch versehenen Anode und einem Wehneltzylinder besteht. Mit dieser Anordnung kann ein scharf gebündelter Elektronenstrahl erzeugt werden.



In dem Glaskolben befindet sich ein Edelgas mit geringem Gasdruck. Das Magnetfeld wird durch ein Spulenpaar, sog. Helmholtzspulen, erzeugt. Im Raum zwischen den Spulen ist das Feld weitgehend homogen. Für die vorliegenden Helmholtzspulen erhält man die Stärke des magnetischen Feldes *B* in Abhängigkeit von der Spulenstromstärke *I* durch folgende Beziehung:
$B = 7{,}48 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{T/A} \cdot I$

I. *a)Skizzieren Sie den Aufbau des Fadenstrahlrohres, insbesondere der Elektronenkanone mit der entsprechenden elektrischen Schaltung.*
Hinweis: Die Helmholtzspulen sowie deren Stromversorgung sollen nicht skizziert werden.
b) *Erläutern Sie, wie der Elektronenstrahl erzeugt wird.*

II. Für verschiedene Anodenspannungen *U*A und Spulenströme *I* ergeben sich Kreisbahnen mit den in den Tabellen angegebenen Radien *r.*

U_A = 100 V

I in A	2,1	1,4	1,0	0,8	0,7
r in cm	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0

U_A = 200 V

I in A	3,0	2,0	1,5	1,2	1,0
r in cm	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0

U_A = 300 V

I in A	3,70	2,45	1,85	1,50	1,30
r in cm	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0

U_A = 400 V					
I in A	4,30	2,90	2,20	1,75	1,50
r in cm	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0

a) *Zeigen Sie (unter Berücksichtigung der obigen Beziehung) anhand der angegebenen Daten auf grafischem Wege, dass folgende Proportionalitäten gelten:* $B \sim \sqrt{U_A}$ und $B \sim 1/r$

Ermitteln Sie den Wert und die Einheit der beiden Proportionalitätskonstanten.

b) Für eine bestimmte Anodenspannung U_A lässt sich die Geschwindigkeit *v* der Elektronen beim Verlassen des Elektrodensystems berechnen.

Leiten Sie die Gleichung $v = \sqrt{2 \frac{e}{m} U_A}$ *her und berechnen Sie die Geschwindigkeit v der Elektronen für* U_A = 100 V *und* U_A = 400 V.

c) Nach dem Einschalten des Magnetfeldes bewegen sich die Elektronen auf einer Kreisbahn.
Begründen Sie exakt die Entstehung dieser Kreisbahn.

d) Sind der Bahnradius *r,* die Anodenspannung *U*A und die „spezifische Ladung" *e/m* der Elektronen bekannt, so lässt sich die Stärke des magnetischen Feldes *B* nach der Formel $B = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{2\,U_A}{\frac{e}{m}}}$ bestimmen.

1) Leiten Sie diese Beziehung mit Hilfe des Kraftansatzes her.
2) Vergleichen Sie die Aussagen der hier angegebenen Formel mit den in Aufgabenteil a) experimentell nachgewiesenen Beziehungen.
3) *Berechnen Sie mit den experimentellen Daten (beispielsweise für* U_A = 400 V *und r =* 4 cm*) die „spezifische Ladung" e/m der Elektronen und bestimmen Sie die prozentuale Abweichung vom Literaturwert (siehe Formelsammlung).*

2.Aufgabe: a) Ein Strahl einwertiger Ionen ($m = 5.86\cdot10^{-26}$ kg) gelangt in ein senkrecht zur Bahn der Ionen stehendes homogenes Magnetfeld ($B = 2\cdot10^{-2}$ T). Zeichnen Sie die Bahn der Ionen im Magnetfeld und die Richtung der an den Ionen angreifenden Kräfte. Wie groß ist die angreifende Kraft, wenn die Ionen vor Eintritt in das Magnetfeld von einer Spannung U_o = 1000 V aus der Ruhe heraus beschleunigt wurden?
Wie muss ein Plattenkondensator angeschlossen und gepolt werden, und welche Feldstärke muss das elektrische Feld des Kondensators haben, damit die Ionen in den überlagerten Feldern geradlinig weiterfliegen? **(Skizze)**
b) Erläutern Sie, dass die Überlagerung von magnetischem Feld nach Teilaufgabe a) geeignet ist, Teilchen einer bestimmten Geschwindigkeit herauszufiltern, und zwar unabhängig von Masse und Ladung der Teilchen.
c) In einem weiteren Versuch wird aus einem Strahl einwertiger Ionen verschiedener Massen und Geschwindigkeiten beim Durchgang durch ein solches *Geschwindigkeitsfilter* ein Strahl mit zwei Ionenarten ausgesondert, von denen die Masse einer Sorte $m_1 = 5.86\cdot10^{-26}$ kg und deren Geschwindigkeit $v = 7.39\cdot10^4 \frac{m}{s}$ ist. Dieser Ionenstrahl gelangt nun in ein homogenes magnetisches Querfeld mit B'= 0.09 T.
Berechnen Sie den Radius r_1 der Kreisbahn, welche die Ionen der Masse m_1 durchfliegen.
Eine Photoplatte ist so in den Strahlengang eingebaut, dass alle Ionen auf der Photoplatte auftreffen, wenn sie einen Halbkreis durchflogen haben. Die Auswertung ergibt, dass die

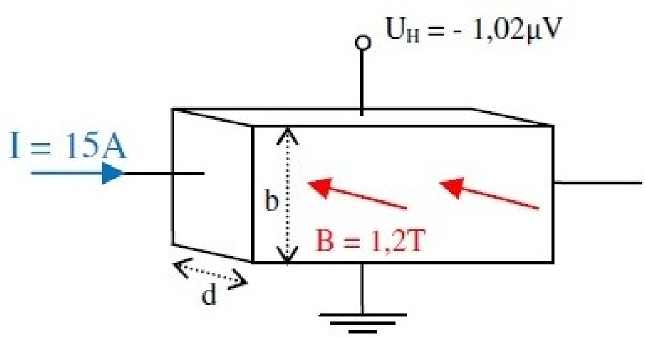
Auftreffstelle der Ionen der Masse m_2 gegenüber der Auftreffstelle der Ionen der Masse m_1 um 4 cm nach außen verschoben liegt. Berechnen Sie die Masse m_2.

3.Aufgabe:
Verwenden Sie im Folgenden die bekannte Gleichung für die Hallspannung

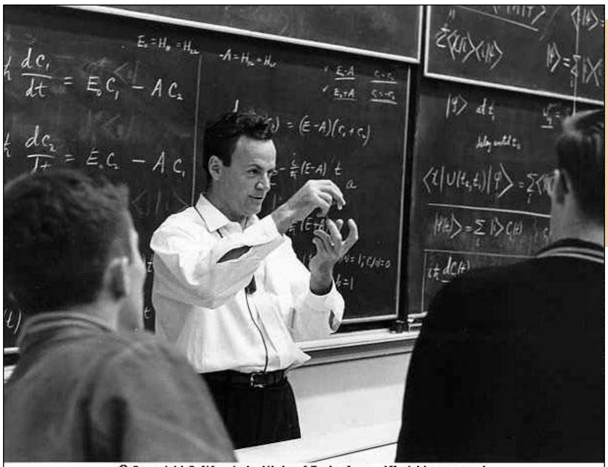
$$U_H = R_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}$$

R_H = HALL-Konstante. Dabei ist n_e die Elektronendichte.
Gleichung für die Stromstärke im atomaren Bereich:
$\mathbf{I = n_e \cdot e \cdot v_D \cdot A}$ mit der Driftgeschwindigkeit v_D und der Querschnittsfläche A.

Ein Kupferplättchen (Breite b = 1,8cm, Dicke d = 1,0mm) wird wie abgebildet in ein Magnetfeld der magnetischen Flussdichte 1,2 T gebracht. Fließt durch das Kupferplättchen ein Strom der Stärke 15 A, so wird eine Hallspannung von −1,02 µV gemessen.



a) Bestimmen Sie die Hallkonstante R_H von Kupfer. Sind die freien Ladungsträger des Kupfers positiv oder negativ geladen? Um welche Teilchen handelt es sich also?
b) Bestimmen Sie die Ladungsträgerdichte n im Kupfer. Wie viele freie Ladungsträger pro Kupferatom ergibt das?
[Angaben: Dichte von Kupfer: 8,92 g/cm^3; Atommasse 63,4 u; u = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg]
c) Bestimmen Sie die mittlere Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger in Kupfer.



Es ist unmöglich, die Schönheiten der Naturgesetze angemessen zu vermitteln, wenn jemand die Mathematik nicht versteht. Ich bedaure das, aber es ist wohl so."

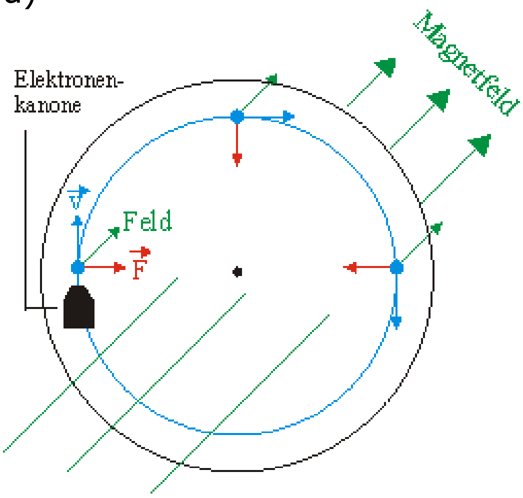
Richard Feynman (Amerikan. Physiker und Nobelpreisträger)

Viel Erfolg

Lösung

1.Aufgabe: I.

a)

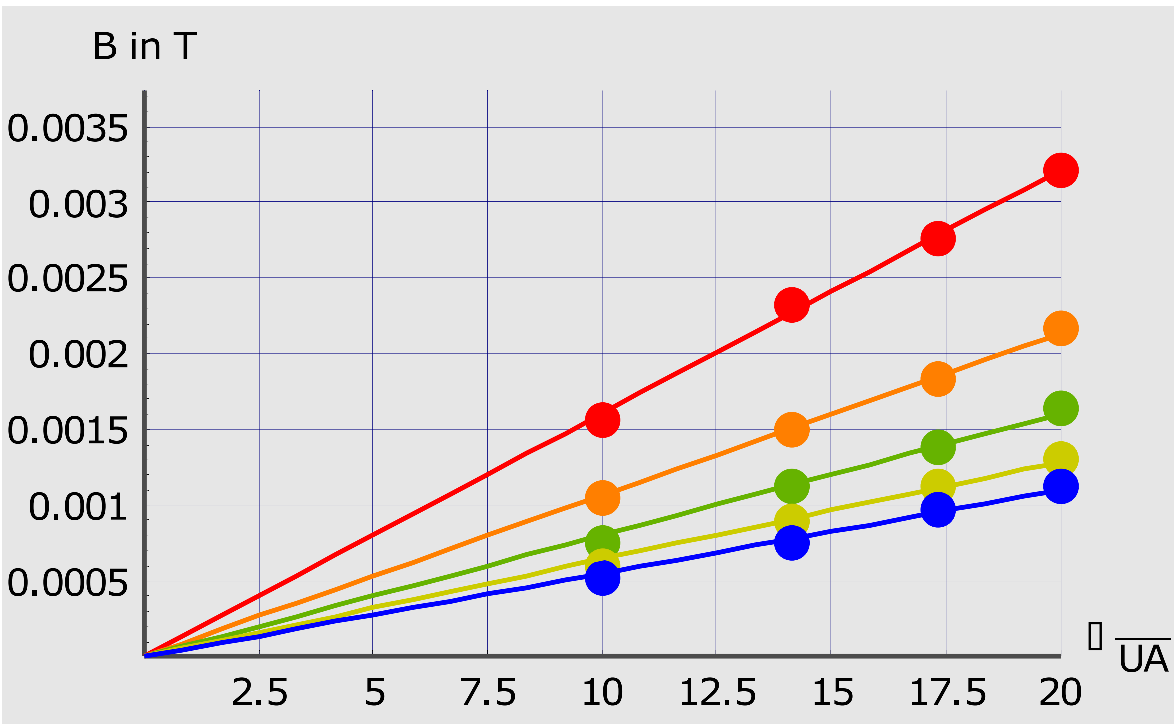


b)Der Glühdraht wird erhitzt. Dadurch ist es möglich, Elektronen aus dem Draht zu lösen und mit Hilfe der Anodenspannung zu beschleunigen. Der Elektronenstrahl wird sichtbar gemacht, indem die Elektronen mit Gasatomen zusammenstoßen und diese zum Leuchten anregen.

II. a)

Für die Beziehung zwischen B und der Anodenspannung UA ergibt sich folgende graphische Auswertung.

Es sind jeweils die Beziehungen für r=2,0 cm(rot), r=3,0 cm(orange), r=4,0 cm(grün), r=5,0 cm(gelbgrün) und r=6,0 cm(blau) dargestellt.

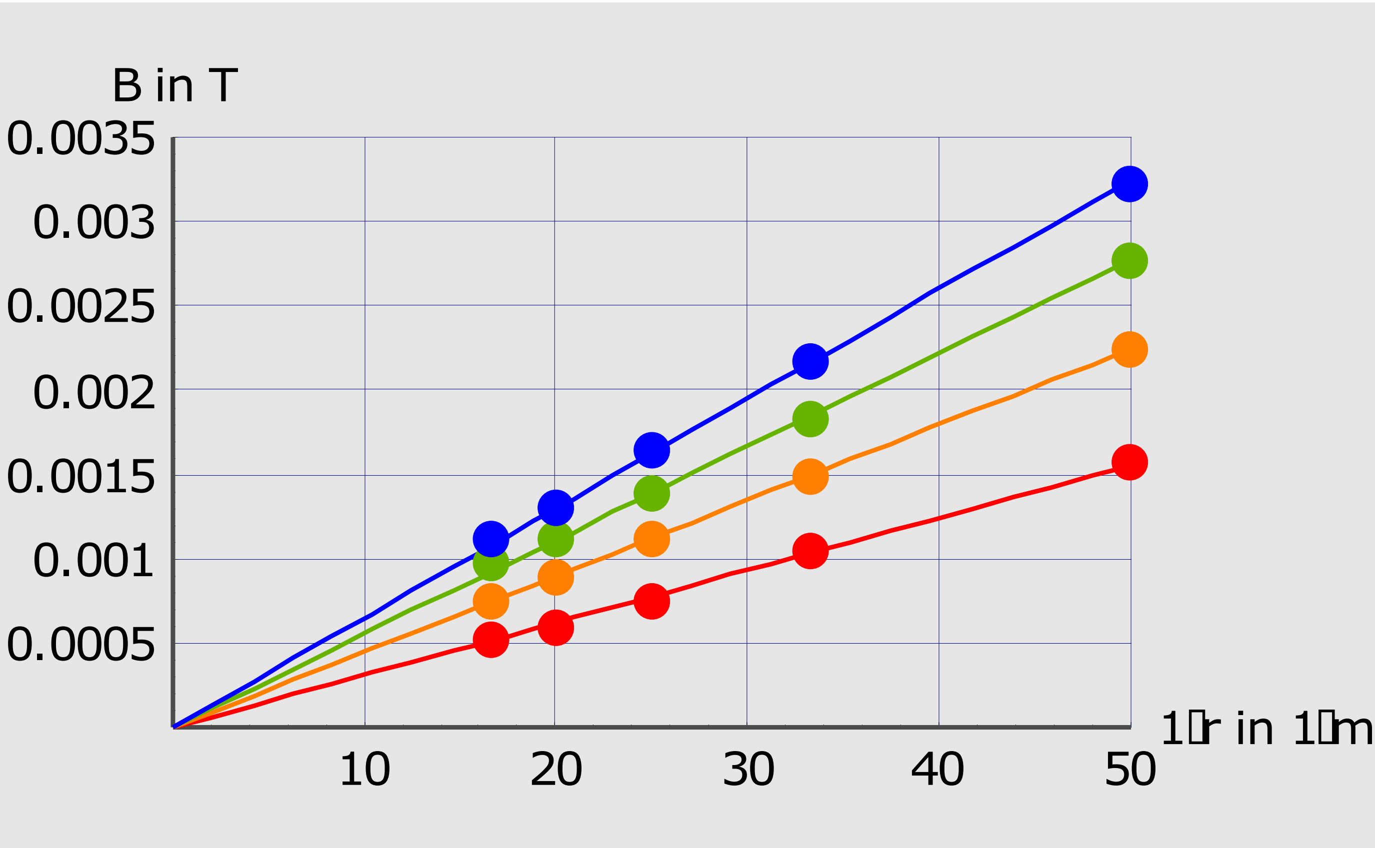


Die entsprechenden Gleichungen lauten:

y = 0,000160765 * x (rot)
y = 0,000106754 * x (orange)
y = 0,0000802276 * x (grün)
y= 0,0000642916 * x (gelbgrün)
y = 0,0000550968 * x (blau)
Damit erhält man wieder für die Steigung die Werte in den obigen Geradengleichungen (Einheit: T/√V).

Für die Beziehung zwischen B und dem Radius r ergibt sich folgende graphische Auswertung.

Es sind jeweils die Beziehungen für UA=100 V(rot), UA=200 V(orange), UA=300 V (grün), UA=400 V(blau) dargestellt.



Die entsprechenden Gleichungen lauten:

y = 0,000160765 * x (rot)
y = 0,000106754 * x (orange)
y = 0,0000802276 * x (grün)
y= 0,0000642916 * x (gelbgrün)
y = 0,0000550968 * x (blau)

Damit erhält man wieder für die Steigung die Werte in den obigen Geradengleichungen (Einheit ist: T*m)

b)Aus dem Energieerhaltungssatz folgt die angegebene Gleichung:

$$e \cdot U_A = \frac{1}{2} m\, v^2 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{2\,\frac{e}{m}\,U_A}$$

Für UA = 100 V : v = $5{,}93 \cdot 10^6$ m/s, für UA = 400 V: v = $11{,}86 \cdot 10^6$ m/s.

c)Die Elektronen treten mit der Geschwindigkeit v senkrecht in das magnetische Feld der (konstanten) Richtung und Stärke B ein. Damit wirkt die Lorentzkraft FL = e·v·B, die stets senkrecht zur Geschwindigkeitsrichtung orientiert ist. Demnach wirkt die Lorentzkraft als Zentripetalkraft, die die Elektronen auf eine Kreisbahn zwingt,

d) (1)Kraftansatz:

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = e \cdot v \cdot B \Rightarrow \; B = \frac{m \cdot v}{e \cdot r} \; \textit{mit der Formel aus b) ergibt sich:}$$

$$B = \frac{m\sqrt{2\,U_A \cdot \frac{e}{m}}}{e \cdot r} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{2U_A}{\frac{e}{m}}}$$

(2) Die Formel lässt sich umschreiben zu

$$B = \frac{\sqrt{U_A}}{r}\;\frac{1}{r}\sqrt{\frac{2}{\frac{e}{m}}}$$

Damit ist für konstantes e/m einerseits $B \sim \sqrt{U_A}$ (r = konstant) und andrerseits *B* ~ 1/r (bei UA = konstant).

(3) Die angegebene Formel wird nach e/m umgeformt und ergibt mit den Messdaten:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U_A}{B^2\;r^2} = \frac{2 \cdot 400\,V}{(0{,}04\,m)^2\,(2{,}2\,A\;7{,}48 \cdot 10^{-4}\,\frac{T}{A})^2} = 1{,}85 \cdot 10^{11}\;\frac{C}{kg}$$

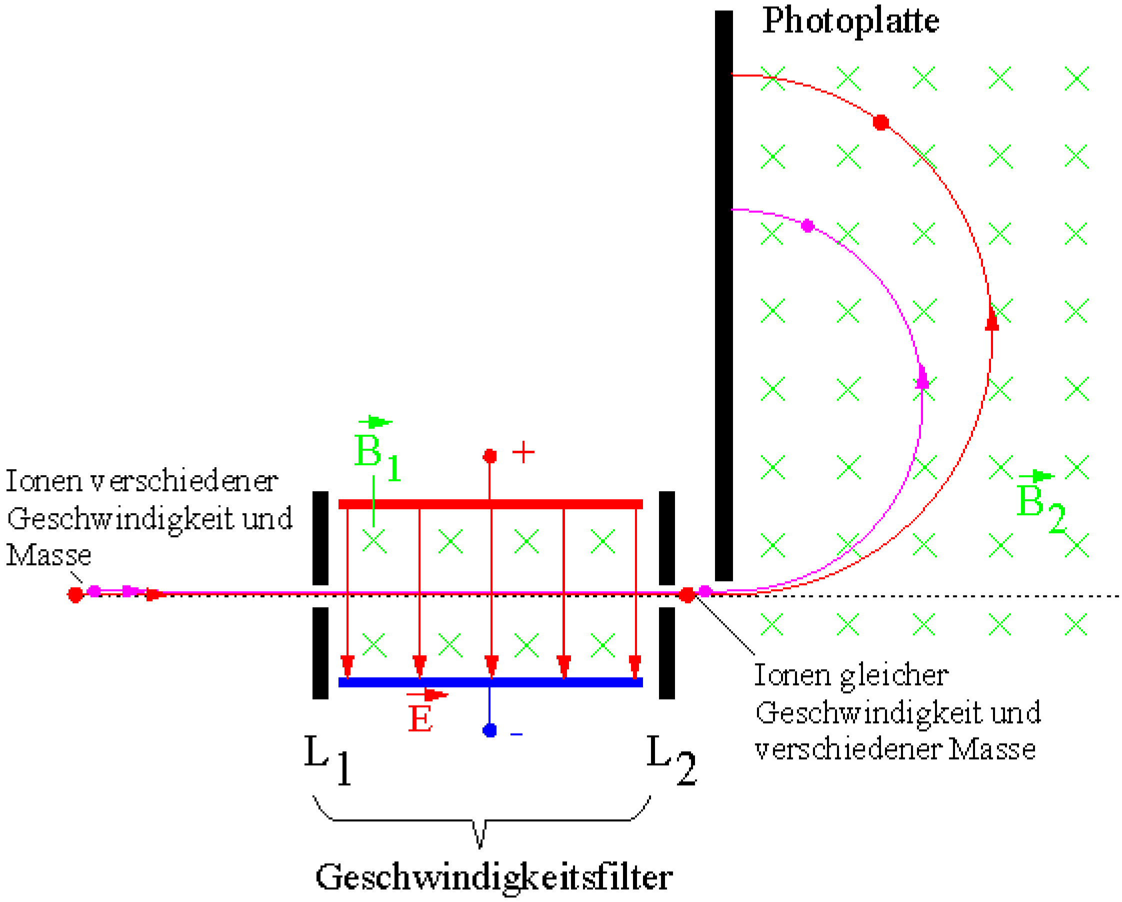
Die prozentuale Abweichung des Messwertes vom Literaturwert beträgt:

$$\frac{1{,}85 - 1{,}76}{1{,}76} \approx 5\%$$

.

2.Aufgabe:

Angenommen, die Ionen sind positive geladen und das Magnetfeld zeigt in die Zeichenebene hinein, so muss die untere Platte negativ geladen sein (siehe Abbildung)



a)Als erstes muss man mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes die Geschwindigkeit für UA= 1000 V berechnen. Es ergibt sich: v = 73943 m/s. Für die Berechnung der Größe des E-Feldes zieht man die Gleichung für das Geschwindigkeitsfilter v = E/B heran und erhält nach dem Einsetzen:
E = 1478,86 V/m. Die Lorentzkraft ist FL = q v B = $2{,}369 \cdot 10^{-16}$ N.

b)Erläuterung des Wienfilters. FE = FL -> v = E/B.

c)Für den Radius gilt: $r = \frac{m\,v}{q\,B}$

Setzt man die angegebenen Werte ein, so erhält man: r = 0,300356 m = 30 cm.

Löst man die obige Gleichung nach m auf und setzt für r ein: 0,300356 m +0,02 m = 0,320356 m = 32 cm, so ergibt sich für die Masse:
m = $6{,}25019 \cdot 10^{-26}$ kg.

3.Aufgabe:

a) $U_H = R_H \cdot \frac{I \cdot B}{d} \Rightarrow R_H = \frac{U_H \cdot d}{I \cdot B} = \frac{1{,}02 \cdot 10^{-6}\ V \cdot 0{,}001\ m}{15\ A\ 1{,}2\ T} = 5{,}7 \cdot 10^{-11}\ \frac{m^3}{A\,s}$

Nach der Polarität der Hallspannung müssen die Ladungsträger negativ geladen sein; es handelt sich also um Elektronen.

b) $R_H = \frac{1}{n \cdot e} \Rightarrow n = \frac{1}{R_H \cdot e} = \frac{1}{5{,}7 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{A\,s} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ A\,s} = 1{,}1 \cdot 10^{29}\ \frac{1}{m^3}$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{N \cdot 63{,}4\,u}{V} \Rightarrow n = \frac{N}{V} = \frac{\rho}{63{,}4\ u} = \frac{8{,}92 \cdot 10^3\ \frac{kg}{m^3}}{63{,}4 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ kg} = 8{,}5 \cdot 10^{28}\ \frac{1}{m^3}$$

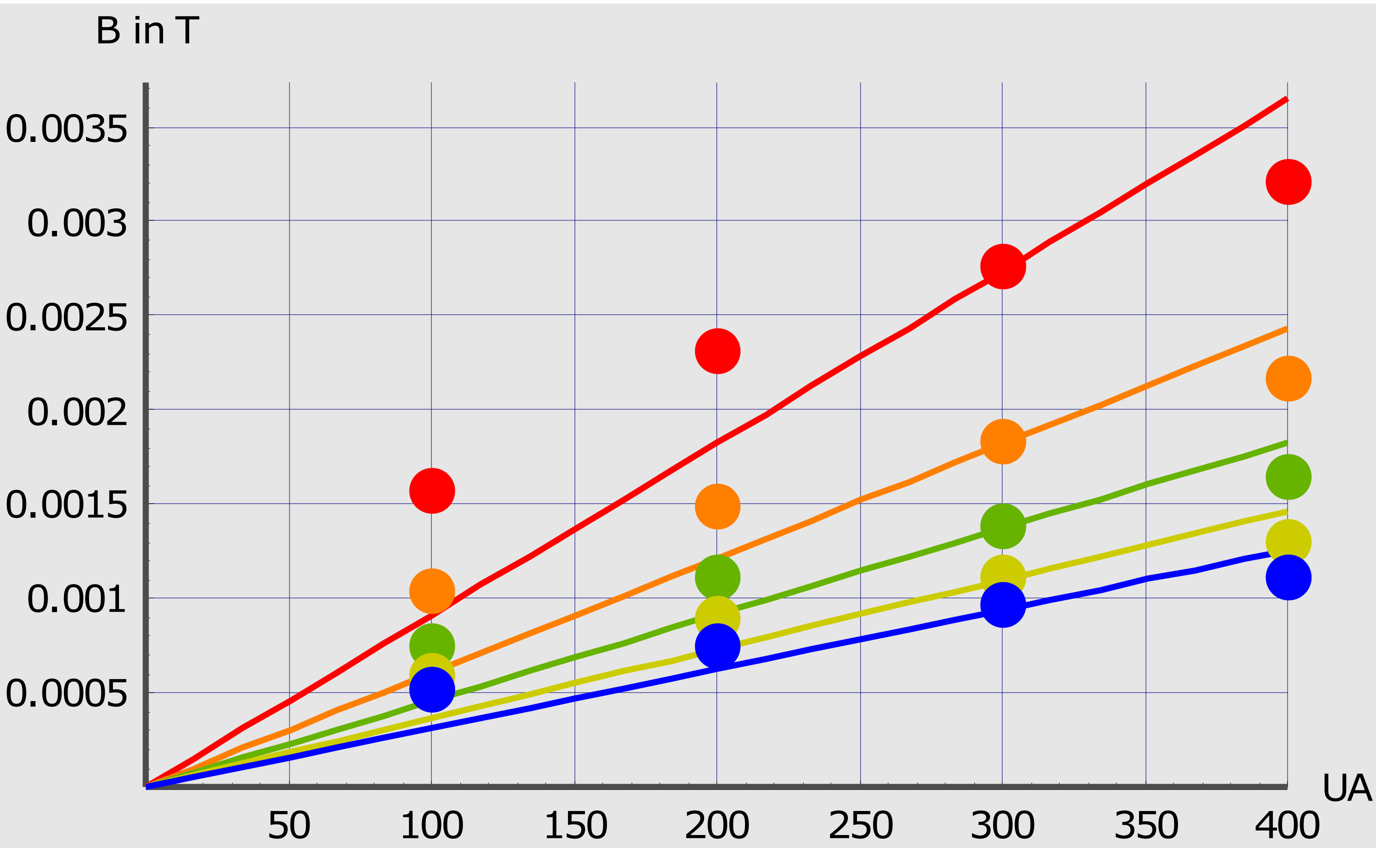
Auf ein Cu-Atom kommen also $\frac{1{,}1 \cdot 10^{29}}{8{,}5 \cdot 10^{28}} = 1{,}3$ freie Elektronen

c) $v_{Drift} = \frac{U_{Hall}}{b \cdot B} = \frac{1{,}02 \cdot 10^{-6}\ V}{0{,}018\,m \cdot 1{,}2\,T} = 4{,}7 10^{-5}\ \frac{m}{s} = 0{,}047\ \frac{mm}{s}$

Ergänzung zur Auswertung in Aufgabe 1.

Fehler in der Aufgabenstellung – es muss heißen $B \sim \sqrt{U_A}$ und nicht B ~ UA

Die Auswertung ergibt folgende grafische Darstellung:



Man erkennt, dass es keinen linearen Zusammenhang gibt.
Wenn man dieses jedoch voraussetzt, erhält man für die Gleichungen der Geraden:

y = 9,1256*10^{-6} * x (rot)
y = 6,07127*10^{-6} * x (orange)
y = 4,57527*10^{-6} * x (grün)
y= 3,6652*10^{-6} * x (gelbgrün)
y = 3,1416*10^{-6} * x (blau)