1.Klausur LK Physik Sporenberg – Q2/1 Schuljahr 2013/14 30.09.2013

1.Aufgabe: Linearer Potenzialtopf

I. Nach de Broglie kann jedes Elektron auch als Materiewelle mit der Wellenlänge $\lambda = \frac{h}{m_e \cdot v}$ betrachtet werden. In einfachen Farbstoffmolekülen können daher die Energiezustände der Elektronen näherungsweise durch stehende Wellen (dargestellt durch sin-Funktionen) in einem linearen Potenzialtopf der Länge L beschrieben werden.

a) Stellen Sie die Graphen zu den untersten drei Energiezuständen $E_{1\text{-}3}$ gehörenden Wellenfunktionen unter der Annahme stehender Wellen in einem Potenzialtopf dar.

b) Geben Sie an, welche Bedingung die Wellenlänge λ erfüllen muss, damit in einem Potenzialtopf der Länge L stehende Wellen entstehen.

c) Leiten Sie die Beziehung $E_n = \frac{h^2}{8\, m_e\, L^2} \cdot n^2$ für die Elektronen im Topf her.

II. Es soll überprüft werden, ob dieses Modell für den mit dem Fluorescein verwandten Farbstoff Benzaurin verwendet werden kann. Die Länge des Potenzialtopfes wird durch 9 Kohlenstoffatome sowie zwei Sauerstoffatome bestimmt. Der Beitrag jedes C-Atoms zur Potenzialkastenlänge beträgt a_c = 0,123 nm, derjenige eines O-Atoms jeweils a_O = 0,185 nm. Der Potenzialtopf enthält 12 Elektronen, von denen nach dem Pauli-Prinzip jeweils 2 Elektronen denselben Energiezustand besetzen können.

a) Ermitteln Sie die Länge des Potenzialtopfes. Geben sie die Hauptquantenzahlen n des höchsten besetzten und des niedrigsten unbesetzten Energiezustands (E_n und E_{n+1}) an (Kontrollergebnis: L = 1,477 nm).

b) Zeigen Sie, dass sich die Energiedifferenz zwischen diesen beiden in a) ermittelten Zuständen durch die Beziehung $\Delta E = \frac{h^2}{8\, m_e\, L^2} \cdot (z+1)$ berechnen lässt: (Achtung: Pauli-Prinzip!)

c) Überprüfen Sie, ob das Potenzialtopfmodell auf Benzaurin, in dessen Spektrum die Linie mit λ = 550 nm auftaucht, anwendbar ist.

2.Aufgabe: Franck-Hertz-Versuch

Eine Bestätigung der wesentlichen Aussagen des Bohr'schen Atommodells bildeten die Ergebnisse des Franck-Hertz-Versuchs, der im Folgenden genauer untersucht wird.
Die folgende Abbildung zeigt den Aufbau des Franck-Hertz-Versuchs.

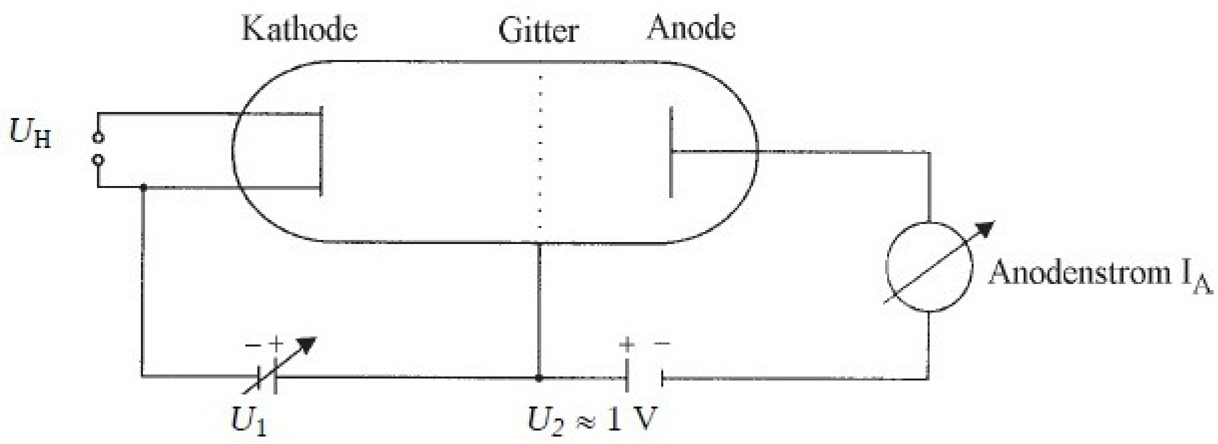


Abbildung 5: Versuchsaufbau des Franck-Hertz-Versuchs

a) Erläutern Sie die Funktion der einzelnen Bauelemente und die Bedeutung der Spannungen U_1 und U_2.

b) Der Kolben des Franck-Hertz-Versuchs enthält Hg-Dampf. Skizzieren Sie den Verlauf des Anodenstroms I_A in Abhängigkeit von der Spannung U_1 (Franck-Hertz-Diagramm).

c) Erläutern Sie die Ergebnisse des Franck-Hertz-Versuchs mit Aussagen des Bohr'schen Atommodells.

Führt man den Franck-Hertz-Versuch mit Hg-Dampf quantitativ durch, findet man in der U_1-I_A-Darstellung Maxima im Abstand von $\Delta U = 4{,}90$ V
d) Berechnen Sie die Wellenlänge λ_{FH} der Strahlung, die dieser Anregung entspricht (Kontrollergebnis: $\lambda_{FH} = 253$ nm)
e) Das Spektrum der Hg-Dampflampe zeigt neben $\lambda_{FH} = 253$ nm auch Linien, die zu größeren Wellenlängen gehören.
Erläutern Sie mit Hilfe des Termschemas, warum die entsprechenden Anregungsenergien der Hg-Kurve in der U_1-I_A-Kurve des Franck-Hertz-Diagramms nicht nachgewiesen werden.

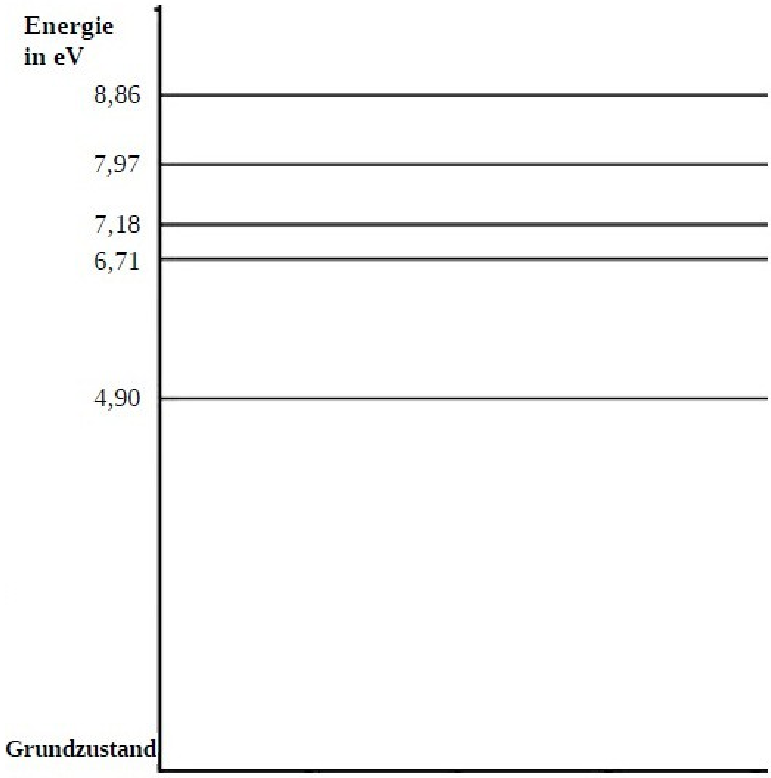


Abbildung 4: Stark vereinfachte Darstellung des Termschemas für das Hg-Atom

Theoretisch erwartet man bei jedem Spannungsabstand $\Delta U_1 = 4{,}90$ V ein scharfes Abfallen des Anodenstroms bis auf den Wert Null.
f) Erklären Sie, warum der Anodenstrom nach dem Erreichen eines Maximums weder scharf abfällt noch genau auf Null zurückgeht.

3.Aufgabe: Elektronenbeugung

I. *Versuch von Jönsson*

Im Jahr 1960 gelang es Jönsson zu zeigen, dass sich ein intensiver Elektronenstrahl an einem geeigneten Doppelspalt analog zu einem Lichtstrahl verhält. Die Elektronen hatten eine kinetische Energie von 50 keV.
a) Erläutern Sie kurz, warum die Versuchsergebnisse der Teilchenvorstellung widersprechen.
b) Berechnen Sie relativistisch die Geschwindigkeit v und die de-Broglie-Wellenlänge λ der verwendeten Elektronen. [zur Kontrolle: λ = 5,4pm]
c) Beim Jönsson-Versuch war es extrem schwierig, einen geeigneten Doppelspalt zu realisieren. Berechnen Sie den Spaltabstand, wenn das nullte Maximum und das erste Minimum einen Winkel von 0,30´´ (Winkelsekunden) einschließen.

II. *Elektronenbeugungsröhre*

a) Beschreiben Sie mit Hilfe einer Skizze den Aufbau der im Unterricht verwendeten Elektronenbeugungsröhre.
b) Erläutern Sie mit Hilfe einer instruktiven Skizze, wie es zur Ausbildung von Ringen am Beobachtungsschirm kommt. Wie kann diese Beobachtung mit der Wellenvorstellung gedeutet werden?
c) Wie lässt sich demonstrieren, dass die beobachtete Erscheinung nicht auf elektromagnetische Wellen zurückgeht?
d) Leiten Sie anhand einer Skizze den Zusammenhang zwischen der de-Broglie-Wellenlänge, dem Netzebenenabstand d in einem Kristallit und der Größen r (Ringradius) und l (Abstand der Kristallite von der Beobachtungsebene) her. Kleinwinkelnäherung ist erlaubt.
e) Wie groß war die Beschleunigungsspannung, wenn bei Graphit-Kristalliten ($d = 2{,}13\cdot 10^{-10}$m) in erster Ordnung ein Ringradius von r = 9,0mm auftrat. Der Abstand der Kristallite von der Beobachtungsebene war *l* = 18 cm. Relativistische Rechnung!

$$v_{relativistisch} = c\sqrt{1-\left(\frac{m_0\, c^2}{e\,U + m_0\, c^2}\right)^2} \qquad \lambda_{relativistisch} = \frac{h}{\sqrt{\frac{e^2\, U^2}{c^2} + 2\, m_0\, e\, U}}$$

Viel Erfolg!

LÖSUNG

1.Aufgabe:

Lösung

I. a)

b) Die Potenzialtopflänge muss ein Vielfaches der halben Wellenlänge betragen: $L = n\,\frac{\lambda}{2}$

c)Aus $\lambda = \frac{h}{m_e\, v} \Rightarrow v^2 = \left(\frac{h}{m_e\,\lambda}\right)^2$. Eingesetzt in $E = \frac{1}{2}\, m_e\, v \Rightarrow E = \frac{1}{2}\,\frac{h^2}{m_e\,\lambda^2}$

Setzt man noch $\lambda = \frac{2\,L}{n}$ ein, so erhält man die gesuchte Beziehung für den

Energiezustand: $E_n = \frac{h^2}{8\, m_e\, L^2}\cdot n^2$

II.
a)Für die Länge L des Potenzialtopfes ergibt sich: $L = 9\cdot a_C + 2\cdot a_O = 1{,}477$ nm. Da jeder Energiezustand mit 2 der insgesamt z = 12 relevanten Elektronen besetzt ist, ist E_6 der höchste besetzte und E_7 der niedrigste unbesetzte Energiezustand.

b)Bei z Elektronen erfolgt die Elektronenanregung zwischen den mit z/2 und z/2 +1 gekennzeichneten Energiezuständen. Die Energiedifferenz ergibt sich daher zu

$$\Delta E = \frac{h^2}{8\, m_e\, L^2}\left[\left(\frac{z}{2}+1\right)^2 - \left(\frac{z}{2}\right)^2\right]$$ Durch Anwendung der binomischen Formel erhält man:

$$\Delta E = \frac{h^2}{8\, m_e\, L^2}\,(z+1)$$

c)Bestimmung der Energiedifferenz:

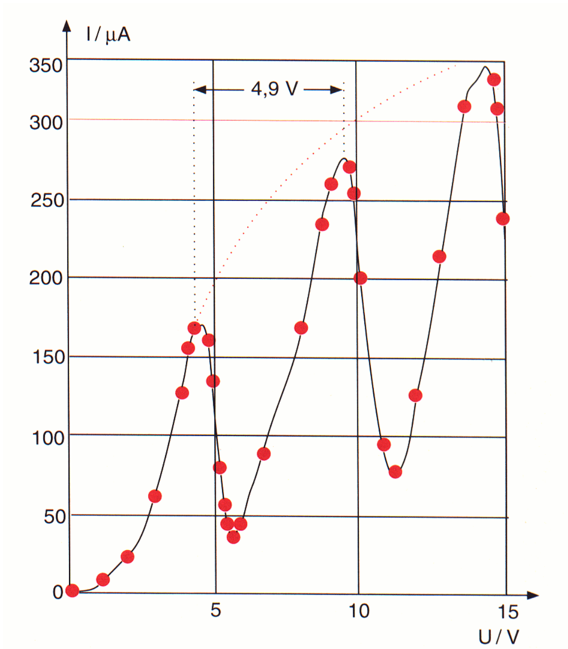
$$\Delta E = \frac{(6{,}626\cdot 10^{-34}\ Js)^2}{8\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\ kg\,(1{,}477\cdot 10^{-9}\ m)^2}\,(12+1) = 3{,}59\cdot 10^{-19}\ J$$ Daraus berechnet sich die Wellenlänge zu: $\lambda = \frac{h\cdot c}{\Delta E} = 553\ nm$. Dies entspricht ungefähr der angegebenen Spektrallinie von λ = 550 nm.

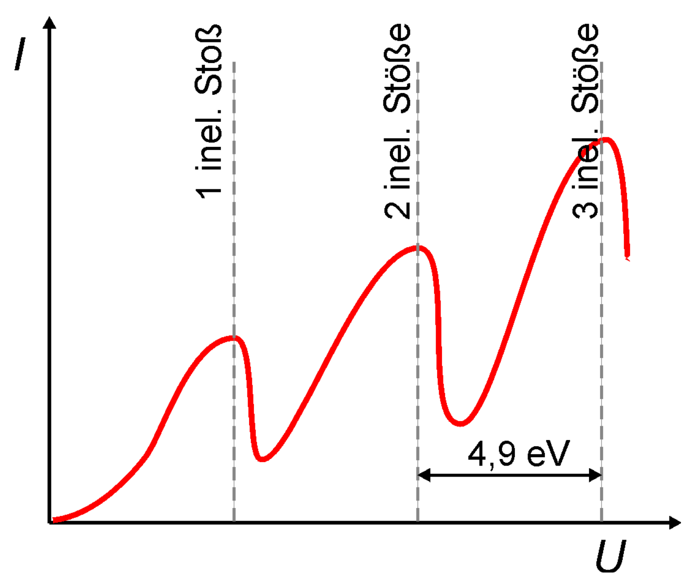
2.Aufgabe:

Lösung

a) **Erläuterung der Bauelemente**:
Glüh-Kathode: Austreten / Zur-Verfügung-Stellen von Elektronen
Gitter: Beschleunigung der Elektronen aufgrund Beschleunigungsspannung U_1 und Möglichkeit zum Durchgang der Elektronen hin zur Anode
Anode: Auffangen der dort ankommenden Elektronen
Anodenstrommessgerät: Bestimmung der Anodenstromstärke I_A
Bedeutung der Spannungen:
U_H : Heizspannung zum Glühen der Kathode
U_1: Beschleunigungsspannung für die Elektronen zwischen Kathode und Gitter
U_2 : Die Gegenspannung bewirkt, dass durch inelastische Stöße abgeschwächte Elektronen die Anode nicht erreichen.

b) **Skizze des Anodenstromverlaufs**:





c) **Erläuterung der Ergebnisse** des Franck-Hertz-Versuchs
Auf ihrem Weg zur Anode stoßen die Elektronen mit Hg-Atomen zusammen. Bei niedriger Beschleunigungsspannung erfolgen diese Stöße elastisch. Die Elektronen geben dabei nahezu keine kinetische Energie an die Atome ab und sind deshalb in der Lage, das geringe Gegenfeld vor der Anode zu überwinden.
Erreicht die kinetische Energie der Elektronen einen bestimmten Wert, dann kommt es zu inelastischen Stößen zwischen Elektronen und Atomen. Die Hg-Atome nehmen dabei Energie von den Elektronen auf. Diese sind dann nicht mehr in der Lage, das Gegenfeld zu überwinden – dementsprechend sinkt die Stromstärke. Wird die Beschleunigungsspannung weiter erhöht, vergrößert sich
die Energie der Elektronen wieder, der Strom steigt erneut an. Bei einer stetigen Steigerung der Spannung erreichen die Elektronen auch wieder diejenige Energie, bei der inelastische Stöße erfolgen.
Auf diese Weise können die Elektronen auf ihrem Weg zur Anode gleich zwei oder mehrmals ihre Energie an Hg-Atome abgeben. So erklärt sich das Auftreten mehrerer Maxima bzw. Minima in der Spannungs-Stromstärke-Kurve.
Geht man von diskreten Energieniveaus in der Hülle des Hg-Atoms aus, dann zeigt dieser Versuch: Nur wenn die kinetische Energie eines Elektrons mindestens gleich der Differenz zweier atomarer Energieniveaus ist, kann sie durch das Hg-Atom aufgenommen werden.

d)Der Spannungsabstand ΔU_1 = 4,90 V entspricht einer Energieabgabe der Elektronen c von $\Delta E = e\ U_1 = 7{,}85 \cdot 10^{-19}$ J.

Weiterhin gilt: $E_{Photon} = h \cdot f = h\ \frac{c}{\lambda_{FH}} \ \Rightarrow\ \lambda_{FH}\ \frac{c}{E_{Photon}} \approx 253\ nm$

e) **Erläuterung der „fehlenden Anregungen" im Franck-Hertz-Diagramm**
Aus dem Termschema ergibt sich, dass langwelligere Strahlung erst dann emittiert werden kann, wenn zuvor Anregungen von mindestens 6,71 eV auftreten, da die langwelligere Strahlung erst bei Übergängen zwischen den „oberen" Energieniveaus vorkommen. Dieser Prozess ist aber sehr unwahrscheinlich, da die anregenden Elektronen ab einer Energie von 4,90 eV bereits ihre Energie mit hoher Wahrscheinlichkeit an die Hüllelektronen abgeben, die diese dann beim „Rücksprung" als 253-nm-Linie abgeben.

f) **Erklärung für „Abfall nicht auf Null"**
Ursache 1: Nicht alle Elektronen stoßen genau dann, wenn sie 4,9 eV Energie aufgenommen haben.
Ursache 2: Bei einer festen Beschleunigungsspannung ergibt sich keine einheitliche Energie der Elektronen (vgl. Erklärung für die „Breite").
Erklärung der „Breite"
Ursache 1: Die Elektronen, die aus der Kathode austreten, haben nicht alle die gleiche Energie.
Ursache 2: Die Elektronen verlieren auch durch elastische Stöße Energie. Hier ist der Energieverlust zwar klein, aber es können zahlreiche Wechselwirkungen auftreten.
Ursache 3: Trifft ein Elektron auf ein bereits angeregtes Hg-Atom, können
zudem auch andere Energien absorbiert werden.
Ursache 4: Die Hg-Atome weisen unterschiedliche Bewegungsenergie auf.

3.Aufgabe

Lösung

I.Versuch von Jönsson

a)Nach der Teilchenvorstellung müssten sich nach dem Doppelspalt ein verhältnismäßig scharfes einzelnes Maximum ergeben. Es ergeben sich aber für Wellen typische Interferenzmuster mit Minima und Maxima.

b)
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow E_0 + E_{kin} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{E_0}{E_0 + E_{kin}} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1-\left(\frac{E_0}{E_0 + E_{kin}}\right)^2}$$

$$v = c \cdot \sqrt{1-\left(\frac{511keV}{561keV}\right)^2} = 0{,}41c = 1{,}2 \cdot 10^8 \, \frac{m}{s}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = h \cdot \sqrt{\frac{c^2}{E^2 - E_0{}^2}}$$

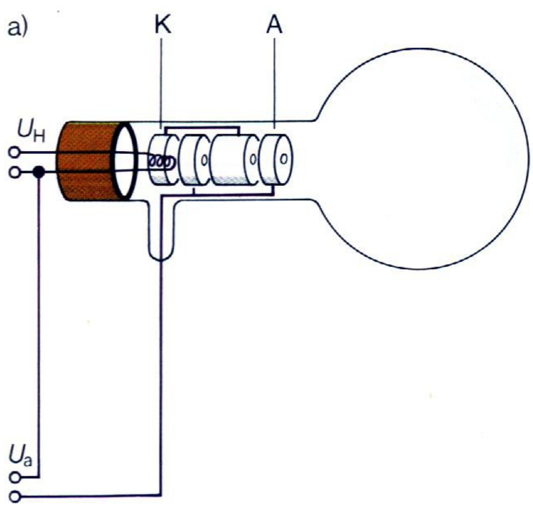
$$\lambda = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\, Js \cdot \sqrt{\frac{(3 \cdot 10^8 \, \frac{m}{s})^2}{(561^2 - 511^2) \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-16}\, AsV)^2}} = 5{,}3 \cdot 10^{-12}\, m$$

c)
$$\sin\alpha = \frac{\lambda}{2b} \Rightarrow b = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin\alpha} \Rightarrow b = \frac{5{,}3 \cdot 10^{-12}\, m}{2 \cdot \sin(\frac{0{,}3}{3600})^\circ} = 1{,}8 \cdot 10^{-6}\, m$$

II. Elektronenbeugungsröhre

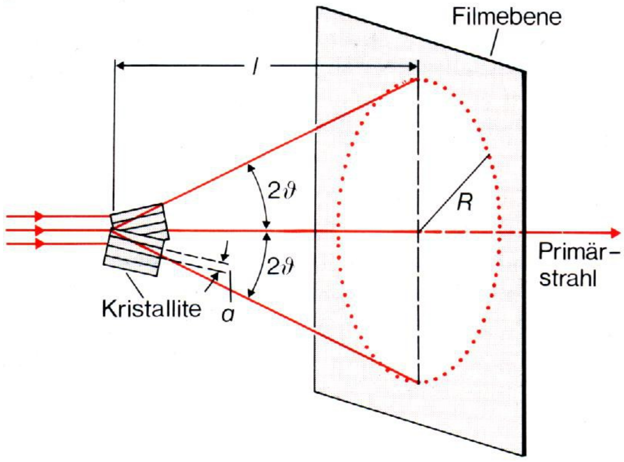
a)In einem evakuierten Glaskolben werden Elektronen von der Kathode K zur Anode A beschleunigt. Durch ein Loch in der Anode gelangen sie auf eine polykristalline Graphitschicht F. An den regellos liegenden Kristalliten der Graphitschicht erfahren die de-Broglie-Wellen der Elektronen eine "Bragg-Reflexion". Auf dem Leuchtschirm bilden sich konzentrische Ringe.

42.1a Elektronenbeugungsröhre



b)

42.2 Elektronenbeugung an Graphitpulver. (Es sind nur zwei symmetrisch orientierte Kristalle gezeichnet.)



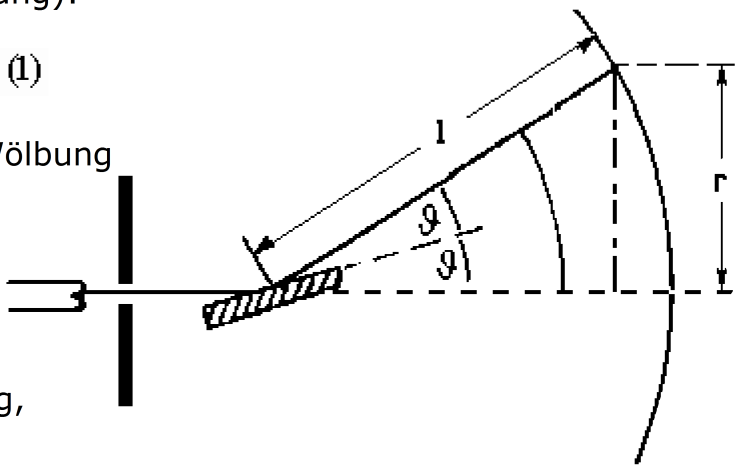
In der Graphitschicht liegen die Kristallite regellos. Es gibt für alle Raumrichtungen solche, die unter einem Glanzwinkel getroffen werden, so dass Braggreflexion eintritt. Die "reflektierten" Materiewellen laufen auf einem Kegelmantel zum Beobachtungsschirm.

Die Elektronen lokalisieren sich also auf konzentrischen Ringen. Diese Ringe werden als Interferenzmaxima gedeutet. Sie entstehen durch Überlagerung von de-Broglie-Wellen der Elektronen, die von der Beugung an Atomen verschiedener Netzebenen in den Kristalliten der Folie herrühren.

c) Das Schirmbild kann durch das Anlegen eines äußeren Magnetfeldes beeinflusst werden. Diese wäre bei elektromagnetischen Wellen nicht möglich.

d) Nach der Bragg-Beziehung gilt (1. Ordnung):

$$2 \cdot d \cdot \sin \vartheta = 1 \cdot \lambda \quad (1)$$



Aus der Geometrie folgt in etwa (je nach Wölbung des Bildschirms):

$$\sin(2 \cdot \vartheta) = \frac{r}{l} \quad (2)$$

Aus (1) und (2) ergibt sich unter Beachtung, dass ϑ klein ist:

$$2 \cdot \sin \vartheta \approx \sin(2 \cdot \vartheta) \approx \tan(2 \cdot \vartheta)$$

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{r}{l} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{r \cdot d}{l}$$

e) Berechnung der Materiewellenlänge nach Teilaufgabe d):

$$\lambda = \frac{9{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}13 \cdot 10^{-10}}{18 \cdot 10^{-2}} m = 1{,}1 \cdot 10^{-11} m$$

Berechnung des Impulses nach de Broglie:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad p = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{1{,}1 \cdot 10^{-11}} \mathrm{Ns} = 6{,}0 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{Ns}$$

Berechnung der Gesamtenergie E der Elektronen nach der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung:

$$E^2 = p^2 \cdot c^2 + E_0^2 \quad \Rightarrow \quad E = \sqrt{p^2 \cdot c^2 + E_0^2} \quad \Rightarrow$$

$$E = \sqrt{\left(6{,}0 \cdot 10^{-23}\right)^2 \cdot \left(3{,}0 \cdot 10^{8}\right)^2 + \left(511 \cdot 10^{3} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\right)^2}\,\mathrm{J}$$

$$E = 8{,}37 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{J} \approx 8{,}4 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{J}$$

Berechnung der kinetischen Energie der Elektronen:

$$E_{kin} = E - E_0 \quad \Rightarrow \quad E_{kin} = 8{,}37 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{J} - 511 \cdot 10^{3} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} = 1{,}9 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{J} \approx 12\,\mathrm{keV}$$

Um Elektronen mit der kinetischen Energie 12keV zu erhalten, muss die Beschleunigungsspannung etwa 12kV sein.