1.Klausur LK Physik Sporenberg – Q1/2 Schuljahr 2012/13 18.03.2013

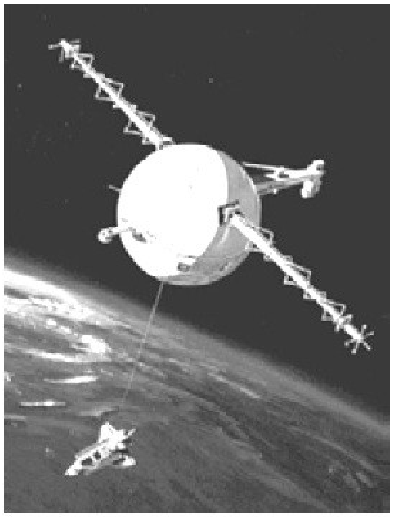
1.Aufgabe: Elektromagnetische Induktion

Unter elektromagnetischer Induktion versteht man die Erzeugung elektrischer Spannung unter Nutzung magnetischer Felder. Dabei sind unterschiedliche Vorgehensweisen möglich, von denen in dieser Aufgabe einige genauer untersucht werden.

a)Beschreiben Sie zwei unterschiedliche Möglichkeiten zur Erzeugung einer elektrischen Spannung an den Enden einer aus einem beweglichen Kabel bestehenden Leiterschleife in einem Magnetfeld.

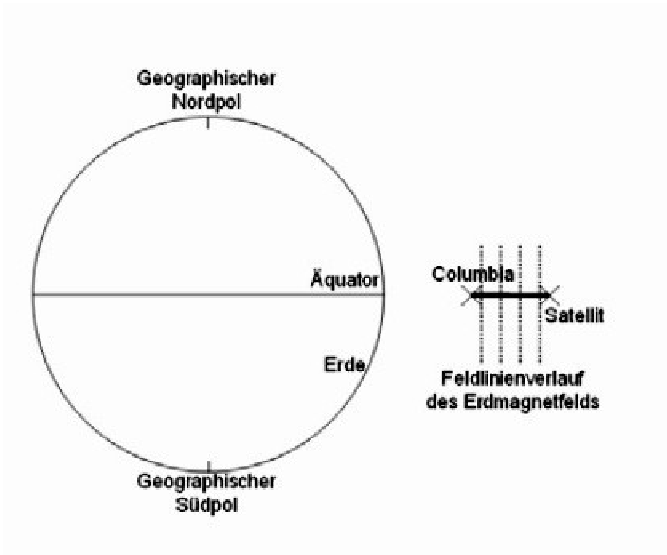
Die ersten beiden Teile dieser Aufgabe greifen jetzt eine bestimmte Möglichkeit der Erzeugung einer elektrischen Spannung in einem Leiter auf.

b)Im Jahr 1996 scheiterte bereits zum zweiten Mal der Versuch der NASA, einen von der Raumfähre Columbia ausgesetzten Forschungssatelliten an einem l = 20,7 km langen, elektrisch leitfähigen Seil oberhalb der Raumfähre zu halten, das dieses in der Endphase des Manövers riss. Bei diesem Experiment sollte erprobt werden, inwieweit ein durch ein Kabel mit einem Raumfahrzeug verbundener Satellit im Erdmagnetfeld als „Generator zur Stromerzeugung" verwendet werden kann; der Stromkreis sollte dabei durch die leitenden Ionosphärenschichten der oberen Erdatmosphäre geschlossen werden.



Gehen Sie vereinfacht davon aus, dass sich Raumfähre und Satellit oberhalb des Erdäquators befinden und dass das senkrecht zur Erdoberfläche verlaufende Verbindungsseil die Erdmagnetfeldlinien senkrecht schneidet. Daten: Erdradius r = 6370 km, Stärke des Erdmagnetfels am Ort der Raumfähre B = $3{,}0 \cdot 10^{-5}$ T, Flughöhe der sich von West nach Ost bewegenden Raumfähre h = 300 km, Umlaufdauer der Raumfähre T = 90,4 min. Von Einflüssen der Gravitation und Reibung darf abgesehen werden.

Erläutern Sie, warum zwischen den Enden des Seils eine Spannung entsteht, und begründen Sie anhand der Skizze, an welchem Ende des Seils sich der negative Pole dieses „Generators" ausbildet.

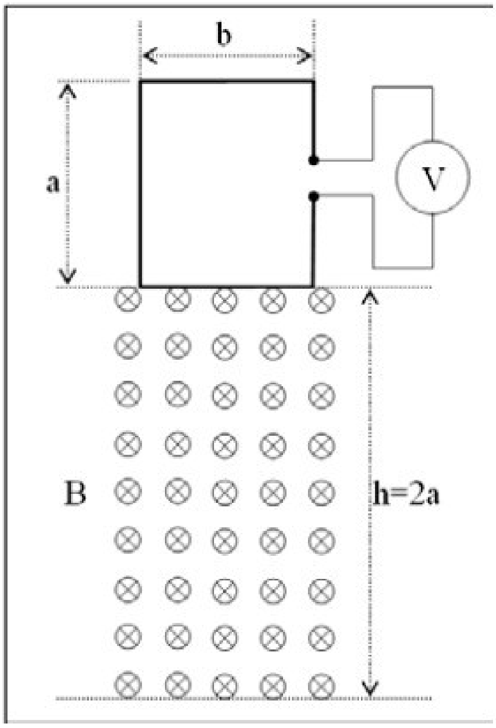


Zeigen Sie, dass sich (unter der Annahme homogener Felder) für die an den Enden des Seils zu erwartende Spannung U ergibt: $U = l \cdot v \cdot B$. Berechnen Sie diese Spannung (auf eine Umformung der Maßeinheiten wird verzichtet).

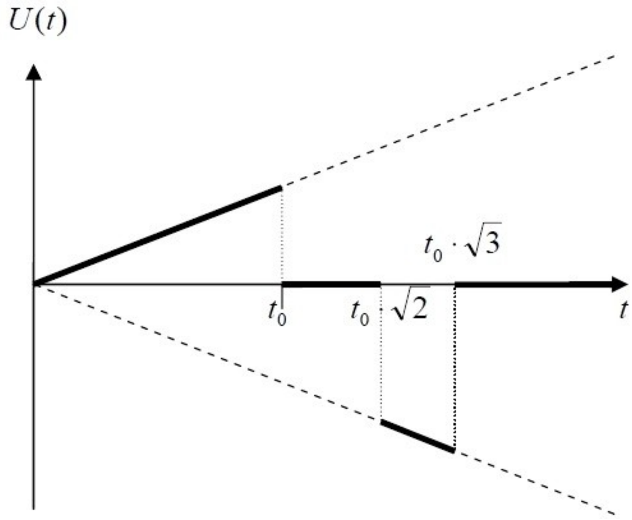
Während des Experiments wurde kurzzeitig ein Strom der Stärke I = 0,830 A gemessen.

Berechnen Sie die durch den Stromfluss entstehende, am Verbindungsseil angreifende Kraft, bestimmen Sie ihre Richtung und geben Sie an, ob diese Kraft für das Reißen des Seils verantwortlich gemacht werden kann.
Erläutern Sie, welchen Einfluss diese Kraft bei deutlich größeren Stromstärken auf die Bewegung des Gespanns aus Raumfähre und Satelliten ausüben würde.

c)Gegeben ist eine Rechteckleiterschleife, die sich genau an der Grenze zu einem darunter befindlichen homogenen Magnetfeld befindet (die geometrischen Daten sind der Skizze zu entnehmen; das Magnetfeld hat die Stärke B, seine Feldlinien verlaufen horizontal; die Querschnittsfläche der Rechteckleiterschleife steht stets senkrecht zu den Feldlinien). Man lässt die Rechteckleiterschleife frei durch das Magnetfeld fallen. Dabei ergibt sich folgender Verlauf der Spannung:



Erläutern Sie das Verhalten der freien Elektronen des Leiters, wenn dieser durch das Magnetfeld fällt, und nennen Sie die Konsequenz für die Entstehung von Teilspannungen in den horizontalen und vertikalen Leiterstücken sowie für die Spannung zwischen den Enden der Leiterschleifen.



Der zeitliche Verlauf der Spannung lässt vier Phasen erkennen.

Begründen Sie qualitativ den Spannungsverlauf in diesen vier Phasen und erklären Sie die vier Zeitpunkte für den Eintritt in die jeweilige Phase.

Im Folgenden fällt ein Magnet frei durch eine Spule. Zur Aufnahme des auszuwertenden Diagramms in der Abbildung 1a wurden die in den Fotos 1 und 2 gezeigten Spulen und Magnete verwendet

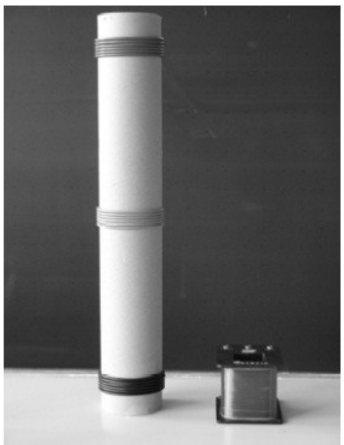


Foto 1

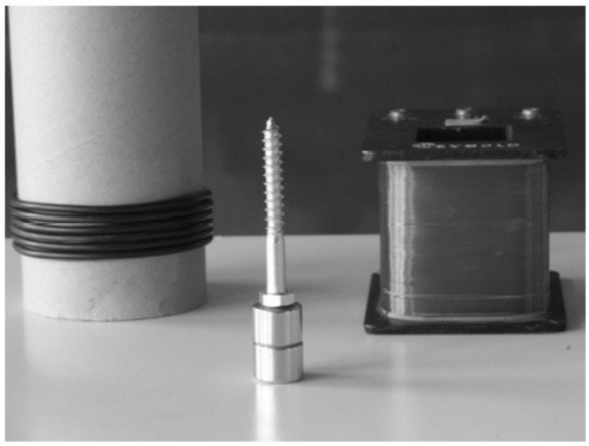


Foto 2

d)*Begründen Sie allgemein, warum bei diesem Experiment überhaupt Spannungen auftreten.*

Abbildung 1a zeigt ein U(t)-Diagramm zwischen den freien Enden einer Luftspule (n = 1000, l = 7 cm und d = 6 cm) gemessenen Spannung, wie sie sich beim freien Fall eines Magneten aus etlichen Zentimetern Höhe über dem oberen Ende der Spule durch das Innere dieser Spule ergibt (im Bild die rechte Spule).

Begründen Sie qualitativ den Verlauf der Kurve, insbesondere die Existenz eines Kurvenhochpunkts und eines Kurventiefpunkts. Erläutern Sie die Position des Magneten im dazwischen liegenden Nulldurchgang der Kurve.

Wie bei genauer Auswertung der Abbildung 1a erkennbar, ist die zum Tiefpunkt der Kurve gehörende Spannungsspitze betragsmäßig etwas größer als die des Hochpunkts.
Begründen Sie dies.

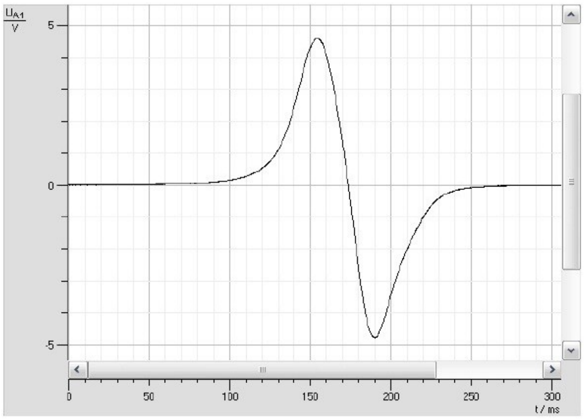


Abbildung 1a: $U(t)$ bei Spule 1

e) Abbildung 2 zeigt ebenfalls ein U(t)-Diagramm, das den sich ergebenden zeitlichen Spannungsverlauf bei dem freien Fall des zuvor verwendeten Magneten durch drei kurze, hintereinander in gleichem Abstand angebrachte Luftspulen (n = 6, l = 2 cm und d = 7 cm, linke Spule) darstellt.
Begründen Sie qualitativ die relative Lage und die Größe der Maxima und Minima der insgesamt sechs auf den Durchgang durch die drei Spulen zurückführenden Spannungsimpulse.

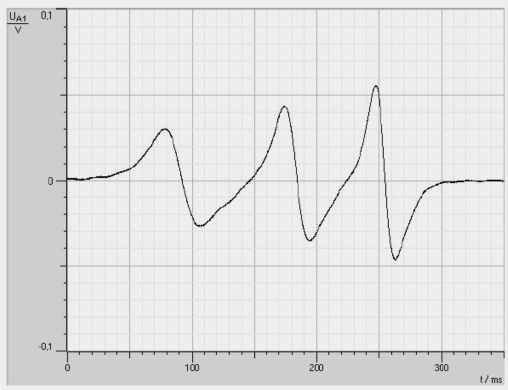
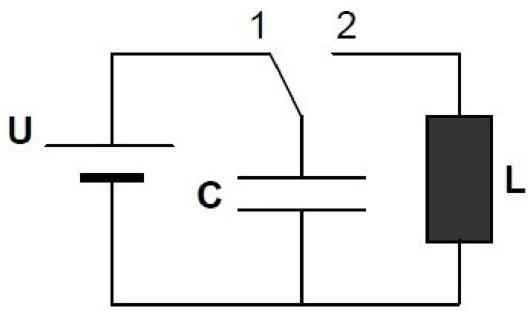


Abbildung 2: $U(t)$ bei drei hintereinander angebrachten kurzen Luftspulen

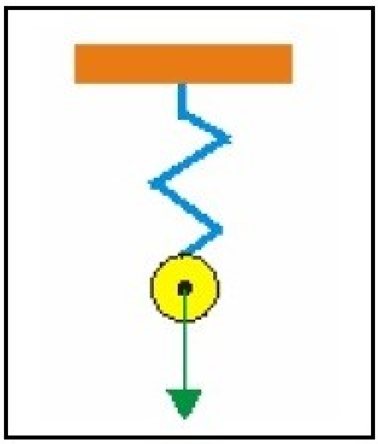
2.Aufgabe: Elektrischer Schwingkreis



Mit Hilfe der rechts schematisch dargestellten Anordnung wird ein elektrischer Schwingkreis untersucht. Dazu wird der Kondensator der Kapazität C = 2,0 µF zunächst in Schalterstellung q geladen, wobei die Spannungsquelle eine Gleichspannung U = 10 V liefert. Nach Umschalten in die Schalterstellung 2 kommt es in dem aus dem Kondensator und der Spule bestehenden Schwingkreis zu elektromagnetischen Schwingungen.

Zunächst soll davon ausgegangen werden, dass es sich um einen idealen Kondensator und eine ideale Spule handelt, die über Schalter und Leitungen ohne elektrischen Widerstand miteinander verbunden sind.

a)*Erläutern Sie für den Zeitraum einer Periode die Vorgänge, die nach dem Umschalten des Schalters von Schalterstellung (1) auf (2) im Schwingkreis ablaufen. Gehen Sie dabei insbesondere auch auf die Energieumwandlung ein.*



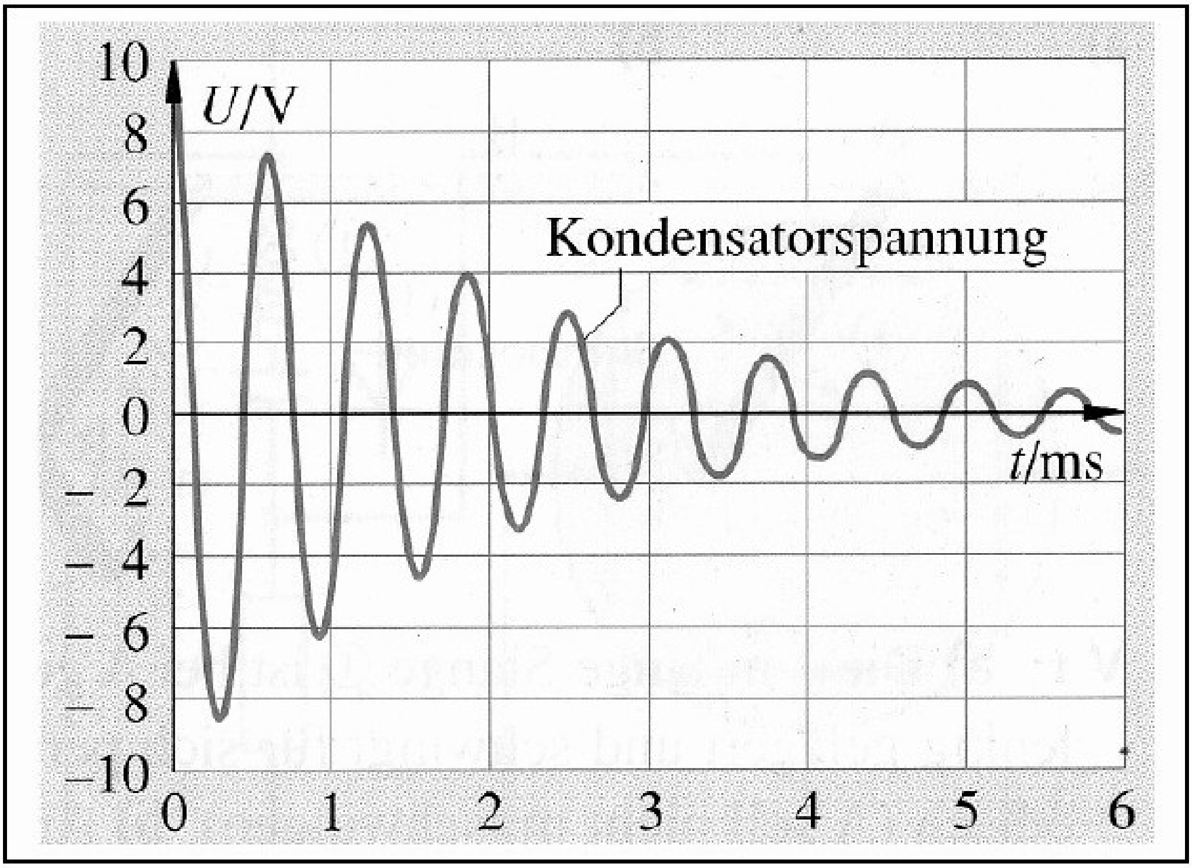
b)Für den Fall des ungedämpften Federpendels ist die Differenzialgleichung der Schwingung gegeben durch:

$m \cdot \ddot{s}(t) = -D \cdot s(t)$

Eine allgemeine Lösung lautet: $s(t) = s_{\max} \sin(\omega_o \cdot t) \;\; mit \;\; \omega_o = \sqrt{\frac{D}{m}}$

Stellen Sie für die Ladung Q(t) des Kondensators in Abhängigkeit von der Zeit t die Differenzialgleichung der ungedämpften elektromagnetischen Schwingung auf und begründen Sie Ihren Ansatz. Lösen Sie diese Gleichung und geben Sie auch I(t) und U(t) an.
Erläutern Sie die mechanischen Größen s, m und D und geben Sie die ihnen entsprechenden Größen im Fall der elektromagnetischen Schwingung an.

Die Durchführung des Experiments liefert das folgende Diagramm



c)Obwohl dem Diagramm deutlich zu entnehmen ist, dass es sich im realen Experiment um eine gedämpfte Schwingung handelt, soll zunächst weiterhin von idealen Bedingungen ausgegangen werden.
Bestimmen Sie mit Hilfe des Diagramms einen Näherungswert für die Induktivität L unter Einbeziehung der Einheitenrechnung.

d)*Bestimmen Sie aus dem Graphen die Zeit $T_{1/2}$, in der sich ein vorliegender Amplitudenwert halbiert.*
e)*Erläutern Sie das Auftreten der Dämpfung im realen Experiment.*
f)*Entwickeln Sie für die gedämpfte Schwingung die modifizierte Differenzialgleichung für die Ladung Q und geben Sie einen Ansatz für die Lösung an.*

VIEL ERFOLG!

LOESUNG

1.Aufgabe:

a)Möglichkeiten zur Erzeugung einer elektrischen Spannung an den Enden einer Leiterschleife sind:
I.zeitliche Veränderung der Leiterschleife, wenn sich diese in einem zeitlich konstanten Magnetfeld befindet,
II.zeitliche Veränderung des Magnetfelds, das die ansonsten geometrisch-räumlich unveränderte Leiterschleife durchsetzt,
III.Drehung der räumlich unveränderten Leiterschleife in einem auch zeitlich konstantem Magnetfeld.

b)Geschwindigkeit des Seils und Erdmagnetfeldrichtung stehen senkrecht zueinander. Die Raumfähre bewegt sich von West nach Ost (also in die Papierebene hinein), das Erdmagnetfeld verläuft von unten nach oben innerhalb der Papierebene (Achtung: Der magnetische Südpol befindet sich in der Nähe des geographischen Nordpols!!). Die Elektronen im Seil erfahren also eine Lorentzkraft – gemäß der Drei-Finger-Regel der rechten Hand – zur Erde hin, so dass sie sich solange zum Ende des Seils an der Raumfähre hinbewegen, bis das durch sie entstandene elektrische Gegenfeld im Leiter keine weitere Elektronenbewegung mehr erlaubt und im stationären Zustand dann eine bestimmte Spannung vorliegt. Der **negative Pol** des *Generators* befindet sich an der **Raumfähre**.

Berechnung der Spannung:
Im stationären Zustand gilt:
$F_E = F_L \Rightarrow e\,v\,B = e\,E$. Mit $E = U/l$ erhält man: $U = l\,E = l\,v\,B$

Setzt man die Zahlenwerte ein, so erhält man:

$U = l\,v\,B = 4{,}8$ kV.

Ermöglicht man über die leitende Ionosphäre einen Stromfluss (=geschlossener Stromkreis), bewegen sich ständig Elektronen im Seil vom Satelliten zur Raumfähre. Auf sie wirkt die Lorentzkraft, die nach der Drei-Finger-Regel in Ost-West-Richtung gerichtet ist. Für den Betrag der Kraft ergibt sich: $F_L = I\,l\,B = 0{,}52$ N

Aufgrund des geringen Betrags der Kraft ist diese nicht verantwortlich für das Reißen des Seils. Die Kraft ist nach der Drei-Finger-Regel entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung des Gespanns aus Raumfähre und Satellit gerichtet. Da sie proportional zu der Stromstärke anwächst, wird sie sich dann bremsend auf das Gespann aus Raumfähre und Satellit auswirken.

c)Wenn sich die Elektronen des Leiters im Magnetfeld befinden, wirkt auf sie in jedem Leiterteil betragsmäßig die Lorentzkraft $F_L = e\,v\,B$. Mit den gegebenen Richtungen des Magnetfelds und des Vektors der Geschwindigkeit der mit der Leiterschleife bewegten Elektronen ist ihre Richtung stets nach links. Dies führt dazu, dass in den vertikalen Leiterstücken zu keinem Zeitpunkt eine Verschiebung der (freien Leitungs-)Elektronen längs des Leiters stattfindet und somit keine Teilspannung entsteht, während für das Zustandekommen der – gemessenen – Gesamtspannung aufgrund der Teilspannungen in den beiden horizontalen Leiterstücken folgende Phasen zu unterscheiden sind:

Phase 1 (vom Beginn des Falls an bis zum Eintritt des oberen horizontalen Leiterstücks in das Magnetfeld): Da die Geschwindigkeit der Rechteckschleife beim freien Fall linear zunimmt, nimmt auch die induzierte Spannung wegen der mit der Geschwindigkeit linear zunehmenden Lorentzkraft ebenfalls linear zu. Da sich nur das untere horizontale Leiterstück im Magnetfeld befindet, registriert das Messgerät diese Spannung.

Phase 2: Zu einem gewissen Zeitpunkt t_0 ist die Rechteckschleife vollständig in das Magnetfeld eingetaucht, tritt trotz weiterer Geschwindigkeitszunahme keine Induktionsspannung auf, da sich die im oberen und im unteren Leiterstück induzierten Teilspannungen aufheben.

Phase 3: Da für den freien Fall $t \sim \sqrt{s}$ gilt, beginnt die Rechteckschleife aufgrund der gegebenen Daten $h = 2\,a$ zum Zeitpunkt $t = t_0\,\sqrt{2}$ wieder aus dem Magnetfeld auszutreten. Der Prozess des Austretens ist zum Zeitpunkt $t = t_0\,\sqrt{3}$ abgeschlossen. Die induzierte Spannung während der Austrittsphase nimmt wegen der nach wie vor linear zunehmenden Geschwindigkeit ebenfalls linear zu, wobei die Polarität entgegengesetzt zu der anfänglichen ist, da sich nur noch das obere horizontale Leiterstück im Magnetfeld befindet.

Phase 4: Nach dem vollständigen Austritt aus dem Magnetfeld tritt keine Induktionsspannung mehr auf, da sich kein Leiterstück mehr im Magnetfeld befindet.

d)Es treten Spannungen auf, weil ein am Ort der Spule(n) zeitlich veränderliches Magnetfeld zur Entstehung von Spannungen führen kann.
Der Magnet nähert sich mit zunehmender Geschwindigkeit der Spule. Daher nimmt das Magnetfeld am Ort der Spule zeitlich zu und führt somit zu einer zunehmenden Induktionsspannung mit einer bestimmten Polung. Nähert sich der in die Spule eingetauchte Magnet der Mitte der Spule, wird die induzierte Spannung verschwinden, da dann praktisch keine Änderung des Magnetfelds wahrgenommen wird. Zwischen diesen beiden Zuständen wird ein Maximum der Induktionsspannung erreicht. Beim Austreten aus der Spule wird eine entgegengesetzt gepolte Spannung induziert, da das um den Magneten herum befindliche Magnetfeld *aus Sicht der Spule* abgebaut wird.

Die zum Tiefpunkt der Kurve gehörende Spannungsspitze ist betragsmäßig etwas größer als die des Hochpunkts, da der Magnet beim Entfernen von der Induktionsspule bereits eine (geringfügig) größere Geschwindigkeit hat, als wenn er sich ihr zuvor nähert. Daher ist die zeitliche Magnetfeldänderung beim Entfernen etwas größer als bei der Annäherung und führt daher zu einer größeren Induktionsspannung.

e)Abnahme der zeitlichen Abstände zwischen den zu den drei Spulen gehörenden Maxima bzw. Minima: Da die Fallgeschwindigkeit des Magneten mit der Zeit zunimmt, werden die Abstände zwischen den Spannungsimpulsen unter der Voraussetzung, dass der Abstand der drei Spulen voneinander gleich groß ist, kleiner.
Zunahme der Amplituden: Da die Fallgeschwindigkeit des Magneten (linear) mit der Zeit zunimmt und daher auch die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses, werden die Werte der erzeugten Induktionsspannungen zunehmend größer.
Jede Spannungsspitze im negativen Bereich ist betragsmäßig etwas kleiner als die ihr unmittelbar vorangehende Spannungsspitze im positiven Bereich: Das Gesamtmagnetfeld, das aus dem eigentlichen Magneten und der zwecks Erhöhung der Fallstabilität angebrachten und in Bezug auf den Magneten großen und aus magnetisierbarem Material bestehenden Schraube besteht, ist räumlich deutlich asymmetrisch (vgl. Foto 3b). Bewegt sich („fällt") dieses Gesamtmagnetfeld durch die jeweilige Spule, ist aufgrund seiner deutlich stärkeren räumlichen Begrenztheit vor dem Eintritt des Magneten in die Spule die zeitliche Veränderung der von der Spule erfahrenen Magnetfeldstärke größer als beim Austritt des Magneten aus der Spule, bei dem das räumlich weiter gestreckte Magnetfeld zu einer kleineren zeitlichen Veränderung der Magnetfeldstärke führt, so dass die hier entstehende Spannungsspitze – trotz der hier bereits leicht vergrößerten Fallgeschwindigkeit – etwas kleiner bleibt als die zum Eintritt in die Spule gehörende Spannungsspitze.

2.Aufgabe:

a)Zu Beginn ist der Kondensator C geladen und es liegt an ihm die ganze Spannung von 10 V an. Zwischen den Kondensatorplatten ist ein elektrisches Feld aufgebaut, das die gesamte gespeicherte Energie $W = \frac{1}{2}\,C\,U^2$ enthält. Nun entlädt sich der Kondensator über die Spule, die Spannung am Kondensator sinkt, der Spulenstrom steigt, bis nach einer Viertel-Periode der

Kondensator völlig entladen ist und maximaler Strom durch die Spule fließt. In der Spule hat sich dadurch ein magnetisches Feld aufgebaut, das nun die gesamte Energie $W = ½ L I^2$ enthält. Das Magnetfeld der Spule baut sich nun ab, wobei die dabei entstehende Induktionsspannung den Strom weiter durch die Spule treibt, bis der Kondensator nach der halben Schwingungsdauer wieder entgegengesetzt zur Ausgangslage aufgeladen ist und die gesamte Energie im elektrischen Feld steckt. Jetzt erfolgt eine Stromumkehr und der Vorgang läuft in umgekehrter Richtung ab bis die Anfangssituation erreicht ist.

b)Weil die Spule am Kondensator liegt, ist zu jedem Zeitpunkt $U_{ind} = U_C$, also $-L\, I'(t) = Q(t)/C$. Mit $I(t) = Q'(t)$ wird daraus die Differenzialgleichung der ungedämpften elektromagnetischen Schwingung in der Form:

$$L\, Q''(t) = -1/C\, Q(t)$$

Der Vergleich mit $m\, s''(t) = -D\, s(t)$ zeigt folgende Entsprechungen:
$s \mathrel{\hat{=}} Q$; $m \mathrel{\hat{=}} L$; $D \mathrel{\hat{=}} 1/C$. Durch Ersetzen der mechanischen Größen durch die entsprechenden elektrischen Größen ergibt sich als allgemeine Lösung

$Q(t) = Q_{max} \sin(\omega_o t)$ mit $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L\,C}}$

Für die Periodendauer T folgt $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ und $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L\,C}}$ die Thomsonsche Schwingungsgleichung

$$T = 2\pi \sqrt{L\,C}$$

c)Aus der Thomsonschen Schwingungsgleichung folgt für die Induktivität:

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}$$

Für die Schwingungsdauer T entnimmt man aus dem Diagramm: T = 0,63 ms

Setzt man dies ein, so erhält man $L = 5{,}0\cdot 10^{-3}$ H

Einheiten: $1\frac{s^2}{F}\; 1\frac{s^2}{\frac{A\,s}{V}} = 1\frac{V\,s}{A} = 1\,H$

d)Aus der Einhüllenden lässt sich durch Ablesen von 2 bis 3 Wertepaaren die Halbwertszeit $T_{1/2}$ = 1,4 ms bestimmen.

e)Im realen Experiment wird im Ohmschen Widerstand der Spule Energie in Wärmeenergie umgewandelt. Daraus resultiert eine Abnahme der Amplitude.

f)Berücksichtigt man den Spannungsabfall am Ohmschen Widerstand, so ergibt sich die neue Differenzialgleichung:

$$L\, Q''(t) = -1/C\, Q(t) - R\, Q'(t)$$

Als Lösungsansatz lässt sich die exponentielle Abnahme der Amplitude mit der Schwingung kombinieren:

$$Q(t) = Q_{max}\, e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$