

Aufgaben zu den Themen Strahlenschutz, Einsatz der Radionuklide in der Medizintechnik und Kernfusion - 19.12.2011

1. Aufgabe: Belastung durch Tschernobyl

Beim Reaktorunfall in Tschernobyl 1986 wurde u. a. das Isotop ^{137}Cs (Halbwertszeit 30 Jahre, $m_a = 136,9\text{u}$) freigesetzt. Beim Zerfall von ^{137}Cs treten β^- und γ -Strahlung auf.

a) Am 30. April 1986 wurde in München durch einen starken Regen jedem Quadratmeter Boden 13kBq Aktivität durch ^{137}Cs zugeführt. Zur Bestimmung dieses Wertes wurde das Regenwasser in Sammelwannen von $0,60\text{m}^2$ Grundfläche aufgefangen.

Bestimmen Sie daraus die Masse von ^{137}Cs , die an diesem Tag in einer solchen Sammelwanne aufgefangen worden ist.

b) In den folgenden Tagen wurde dem Boden so viel ^{137}Cs zugeführt, dass die gesamte ^{137}Cs -Aktivität auf 19kBq/m^2 anstieg.

Wie lange wird es dauern, bis der ursprüngliche Wert 3kBq/m^2 , der vor dem Unglück gemessen wurde, wieder erreicht ist?

(Hinweis: Andere Effekte wie vertikale Ausbreitung im Boden sollen nicht berücksichtigt werden.)

c) Erläutern Sie, wie man sich vor β^- - bzw. γ -Strahlung schützen kann.

2. Aufgabe: Strahlenlastung durch Radon

Radon ist ein unsichtbares und geruchloses Edelgas, das sich im Inneren von Häusern konzentriert und zur natürlichen Strahlenbelastung des Menschen beiträgt. Entscheidend ist dabei das Radonisotop ^{222}Rn , das mit der Halbwertszeit $T = 3,8\text{ d}$ zerfällt.

a) Geben Sie an, welcher Zerfallsreihe ^{222}Rn angehört, und bestimmen Sie, nach wie vielen α - und β -Zerfällen ^{222}Rn in das entsprechende stabile Bleiisotop übergegangen ist.

b) ^{222}Rn geht selbst durch einen α -Zerfall aus einem Mutterkern hervor. Stellen Sie die Zerfallsgleichung für die Entstehung von ^{222}Rn auf und berechnen Sie den Rückstoßimpuls, den ^{222}Rn bei dieser Kernreaktion erhält, wenn das dabei emittierte α -Teilchen eine kinetische Energie von $4,78\text{ MeV}$ hat.

c) In einer Wohnung ergibt sich pro Kubikmeter Raumluft aufgrund der ^{222}Rn -Konzentration eine Aktivität von 50 Bq . Berechnen sie, wie viele ^{222}Rn -Atome sich in einem Kubikmeter Raumluft befinden.

d) Stellen Sie dar, wie die erhöhte Radonkonzentration in Räumen, vor allem in Kellerräumen, zustande kommt und erläutern Sie kurz, warum die Strahlenbelastung durch Radon für den Menschen besonders gefährlich ist. Geben Sie eine einfache Maßnahme an, wie man diese Strahlenbelastung verringern kann.

3. Aufgabe: Reichweite von α -Strahlung

In einem Experiment soll die Reichweite der α -Strahlung eines Americium-241-Präparats in Luft bestimmt werden. Dazu stellt man ein geeignetes Nachweisgerät in verschiedenen Entfernungen r von dem Americium-241-Präparat auf und bestimmt jeweils die Zählrate Z .

a) Beschreiben Sie den Effekt, der hauptsächlich zur Schwächung der α -Strahlung beiträgt. Bei der Durchführung erhält man für die Zählrate Z im Abstand r vom Präparat (unter Berücksichtigung des Nulleffekts) die in der folgenden Tabelle angegebenen Werte. Um die experimentellen Daten einfacher vergleichen zu können wird die gemessene Zählrate Z noch mit r^2 multipliziert. Man erhält so die modifizierte Rate $Z' = Z \cdot r^2$.

| | | | | | | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| in cm | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 2,7 | 2,9 | 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

| | | | | | | | | | | | |
|-------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| Z in s ⁻¹ | 2600 | 1160 | 650 | 410 | 350 | 300 | 230 | 120 | 70 | 30 | 10 |
| Z' in m ² /s | 0,26 | 0,26 | 0,26 | 0,26 | 0,26 | 0,25 | 0,22 | 0,12 | 0,076 | 0,035 | 0,012 |

- b) Welcher Zusammenhang besteht im Vakuum zwischen der Zählrate Z und dem Abstand r? Begründen Sie damit, warum die Größe Z' für die Auswertung besser geeignet ist als Z.
- c) Tragen Sie die Tabellenwerte in ein r-Z'-Diagramm ein und entnehmen Sie diesem die mittlere Reichweite der α-Teilchen in Luft.
- d) Die tatsächliche Reichweite von Americium-α-Teilchen ist größer als der in Teilaufgabe 2c bestimmte Wert.

Begründen Sie dies unter Berücksichtigung der Tatsache, dass bei der Messung ein Schulpräparat verwendet worden ist, bei dem die radioaktive Substanz durch eine Schutzschicht gegen Berührung gesichert sein muss.

4. Aufgabe: Schutz vor γ-Strahlen

In einem Labor wird ein γ-strahlendes Präparat in der Nähe eines Arbeitsplatzes aufbewahrt. Bereits ohne Präparat werden am Arbeitsplatz mit einem Zählgerät 120 Impulse pro Minute registriert (Nulleffekt).

| | | | | |
|------------------------|-----|-----|-----|-----|
| d in cm | 0 | 0,7 | 1,4 | 2,1 |
| z in min ⁻¹ | 480 | 298 | 209 | 166 |

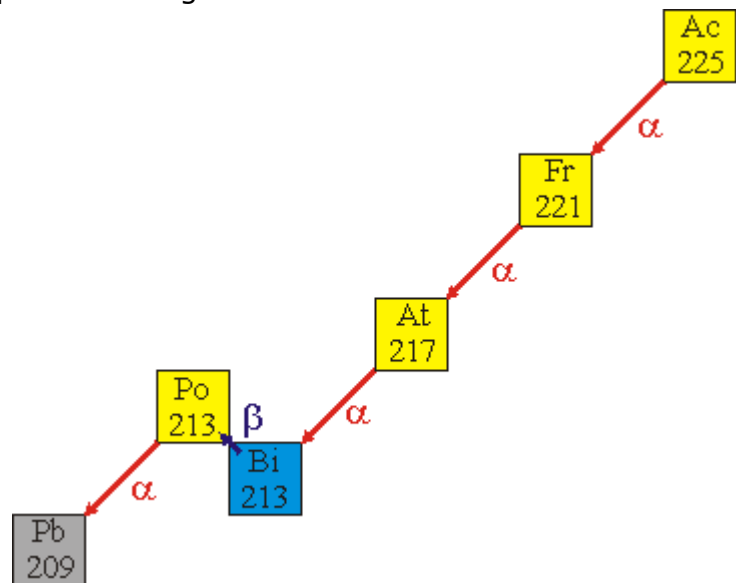
Mit dem Präparat und ohne jegliche Abschirmung steigt am Arbeitsplatz die Zählrate z auf 480 pro Minute. Schirmt man das Präparat mit Blei der Dicke d ab, so sinkt die Zählrate z am Arbeitsplatz gemäß der nebenstehenden Tabelle.

- a) Geben Sie eine mögliche Ursache des Nulleffekts an.
- b) Erklären Sie, weshalb die Messwerte auf eine Halbwertsdicke von 0,7 cm hindeuten.
- c) Am Arbeitsplatz soll die vom Präparat hervorgerufene Zählrate 10% der Nullrate nicht übersteigen. Deshalb soll das Präparat in einem Bleitresor aufbewahrt werden. Berechnen Sie, ob eine Wanddicke von 4,2 cm ausreichend ist.
- d) Als Alternative könnte man auf die Abschirmung verzichten und dafür das Präparat in größerer Entfernung vom Arbeitsplatz aufbewahren. Erläutern Sie, warum die Zählrate auch ohne Absorption mit zunehmender Entfernung vom Präparat geringer wird.
- e) Wie in Teilaufgabe c soll die vom Präparat hervorgerufene Zählrate 10% der Nullrate nicht übersteigen. Berechnen Sie, ob eine Vervielfachung des Abstandes vom Präparat zum Arbeitsplatz genügt.

5. Aufgabe: Zerstörung von Krebszellen durch das Wismut-Isotop Bi-213

Zur Bekämpfung bestimmter Krebsarten ist kurzreichweitige α-Strahlung besonders gut geeignet. Eine wichtige Rolle spielt dabei das Wismut-Isotop ²¹³Bi, das an bestimmte Antikörper angehängt wird, die es dann gezielt zu den Krebszellen transportieren.

²¹³Bi lässt sich - wie oben skizziert - aus dem Zerfall des Actinium-Isotops ²²⁵Ac (Halbwertszeit T_{Ac} = 10d) gewinnen. ²²⁵Ac wiederum wird durch Beschuss von ²²⁶Ra mit energiereichen Protonen aus einem Zyklotron erzeugt.



- a) Beschreiben Sie die Funktionsweise eines Zyklotrons an Hand einer Skizze und erklären Sie, wie es möglich ist, zur Beschleunigung der Teilchen eine Wechsellspannung konstanter Frequenz zu verwenden.
- b) Stellen Sie die Kernreaktionsgleichung zur Erzeugung von ^{225}Ac aus ^{226}Ra auf. Geben Sie für den Ausgangskern und das Reaktionsprodukt jeweils an, welchen Zerfallsreihen sie angehören und nennen Sie Gründe dafür, warum ^{226}Ra in der Natur vorkommt, ^{225}Ac jedoch nicht.
- c) Wie lange muss man ein ^{226}Ra -Target mit Protonen bestrahlen, um eine ^{225}Ac -Aktivität von $5,0 \cdot 10^9 \text{Bq}$ zu erzeugen, wenn die Stromstärke des Protonenstrahls $100 \mu\text{A}$ beträgt und nur 1,2 % der Protonen zur gewünschten Kernreaktion führen?

Das Nuklid ^{213}Bi zerfällt fast ausnahmslos mit der Halbwertszeit $T_{\text{Bi}} = 46 \text{min}$ über β -Zerfall in das α -strahlende Isotop ^{213}Po , das seinerseits mit der Halbwertszeit $T_{\text{Po}} = 4,2 \text{ms}$ zerfällt. Die α -Teilchen haben die kinetische Energie $E_{\alpha} = 8,38 \text{MeV}$.

- d) Die Krebszellen, in die das ^{213}Bi durch die Antikörper transportiert wird, haben einen Durchmesser von etwa $2 \cdot 10^{-4} \text{m}$. Im Körpergewebe besitzt die β -Strahlung von ^{213}Bi eine Reichweite von einigen mm, ein α -Teilchen verliert etwa 100keV pro μm . Zeigen Sie, dass die infolge eines ^{213}Bi -Zerfalls auftretende α - und β -Strahlung das umliegende Gewebe insgesamt relativ schwach belastet, während die Krebszelle durch die α -Strahlen stark geschädigt wird.
- e) Berechnen Sie die Zerfallsenergie Q des vorliegenden α -Zerfalls von ^{213}Po und erklären Sie qualitativ die Abweichung der kinetischen Energie E_{α} vom berechneten Wert.
- f) Nach einer klassischen Abschätzung müsste ein α -Teilchen, das sich beim ^{213}Po -Zerfall von der Kernoberfläche löst und elektrisch abgestoßen wird, eine kinetische Energie von rund 22MeV erhalten. Erklären Sie mit einer geeigneten Modellvorstellung, wieso tatsächlich wesentlich kleinere α -Energien auftreten. Begründen Sie mit diesem Modell, dass α -Strahler in der Regel eine umso größere Halbwertszeit besitzen, je kleiner die Zerfallsenergie ist.

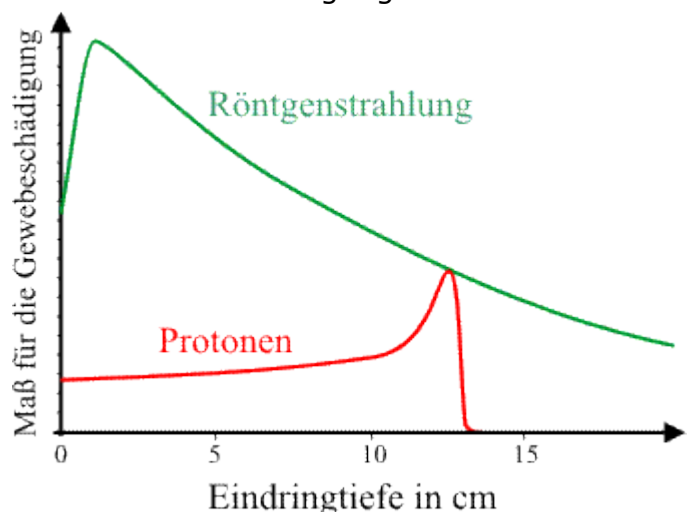
6.Aufgabe: Strahleneinsatz in der Medizin

Bei der Behandlung von Tumoren im Körperinneren werden in der modernen Medizin u. a. hochenergetische Protonen zur Bestrahlung eingesetzt. Dabei wird die ionisierende Wirkung der Protonen zur Zerstörung der Krebszellen verwendet.

- a) Erläutern Sie auch anhand einer beschrifteten Skizze den Aufbau und die Funktionsweise eines Zyklotrons, mit dem Protonen beschleunigt werden können.
- b) In der nebenstehenden Abbildung ist ein Maß für die Gewebeschädigung durch einen Protonen- bzw. einen Röntgenstrahl in Abhängigkeit von der Eindringtiefe in das Körpergewebe dargestellt.

Ein Tumor, der sich ca. 12cm im Körperinneren befindet, soll zerstört werden. Erläutern Sie auf der Grundlage des nebenstehenden Diagramms, worin hierbei der entscheidende Vorteil bei der Verwendung von Protonen im Vergleich zu der in der konventionellen Strahlentherapie verwendeten Röntgenstrahlung liegt. (6 BE)

Ein anderes Verfahren der Nuklearmedizin ist die Positron-Emissions-Tomographie (PET). Zur Krebsdiagnostik wird dabei z. B. der kurzlebige



β^+ -Strahler ^{11}C in den Körper eingeschleust. Aus seiner Verteilung im Körpergewebe kann man Rückschlüsse auf den Tumor ziehen.

c) Zur Herstellung des Nuklids ^{11}C werden ^{14}N -Kerne mit Protonen der kinetischen Energie 18 MeV beschossen. Geben Sie die Reaktionsgleichung an. Berechnen Sie die für diese Reaktion notwendige Energie und vergleichen Sie diese mit der kinetischen Energie der Protonen.

d) Geben Sie die Zerfallsgleichung für den β^+ -Zerfall von ^{11}C an und erläutern Sie, warum das Energiespektrum des β^+ -Strahlers kontinuierlich ist.

e) Der β^+ -Zerfall kann als Umwandlung eines Kern-Protons (udu) in ein Kern-Neutron (udd) beschrieben werden. Deuten Sie diese Umwandlung im Quarkmodell.

f) Bei der PET trifft ein Positron schon kurz nach der Emission auf ein Elektron und zerstrahlt mit diesem in zwei γ -Quanten. Bei einer Untersuchung werden dem Patienten $1,0 \cdot 10^{-11}$ g des ^{11}C injiziert. Berechnen Sie die Zahl der γ -Quanten, die nach der Injektion innerhalb von zwei Halbwertszeiten erzeugt werden.

7. Aufgabe: Radionuklide in der Medizintechnik

Die Positronen-Emissions-Tomographie (PET) wird zur verbesserten Diagnose von Tumoren eingesetzt. Dabei wird dem Patienten Glukose verabreicht, die mit einem Positronenstrahler markiert ist. Dieses Präparat verteilt sich im Körper und reichert sich in Tumoren an. Ein häufig benutztes Radioisotop ist ^{18}F mit der Atommasse 18,000938 u. Bei ^{18}F treten überwiegend β^+ -Zerfälle auf, wobei die Halbwertszeit $T_{1/2} = 110$ Minuten beträgt.

a) Stellen Sie die Reaktionsgleichung für den β^+ -Zerfall von ^{18}F auf. Bestimmen Sie die freigesetzte Energie Q einschließlich der Strahlung durch die Vernichtung des Elektron-Positron-Paares. Welche maximale kinetische Energie erhält das frei gesetzte Positron? [Zur Kontrolle: $Q = 1,66$ MeV]

b) Wie viel Zeit darf zwischen der Herstellung des ^{18}F -Präparats und der Verabreichung an den Patienten höchstens vergehen, wenn die Aktivität dann noch mindestens ein Drittel der Anfangsaktivität betragen soll?

c) Nach dem Zerfall wird das Positron nach wenigen Millimetern im Gewebe abgebremst und zerstrahlt mit einem Elektron unter Aussendung von zwei γ -Quanten. Begründen Sie, dass sich die zwei γ -Quanten in entgegengesetzte Richtungen ausbreiten.

d) Ringförmig um den Patienten befindet sich ein System aus vielen Detektoren. Zusammen mit einer schnellen Messelektronik ist es möglich, jeweils die Auftrefforte von zwei γ -Quanten zu registrieren, die bei einem gemeinsamen Zerstrahlungsprozess entstanden sind. Erläutern Sie an Hand einer Skizze, wie aus einer Vielzahl solcher γ -Quanten-Paare der Ort des Tumors vom Computer ermittelt werden kann.

e) Für eine PET-Untersuchung an einem 70 kg schweren Patienten ist die Verabreichung einer ^{18}F -Anfangsaktivität von 400 MBq vorgesehen. Für die folgende Überlegung ist vereinfachend davon auszugehen, dass sich das ^{18}F -Präparat zwei Stunden lang im Körper befindet und dabei zerfällt. Die "Bestrahlung" endet nach dieser Zeitspanne durch Ausscheiden des Präparats mit dem Urin. Schätzen Sie die mittlere Aktivität während dieser Zeit grob ab und bestimmen Sie daraus die Äquivalentsdosis H im Körper des Patienten. Verwenden Sie als Bewertungsfaktor $q = 1$ und gehen Sie davon aus, dass die Hälfte der Zerfallsenergie und die Hälfte der Energie der γ -Quanten im Körper absorbiert wird.

| | H/mSv |
|---------------------------------------|-------|
| Interkontinentalflug 10 h | 0,04 |
| natürliche Strahlenbelastung jährlich | 2,4 |

Beurteilen Sie durch den Vergleich Ihres Ergebnisses mit nebenstehenden Tabellenwerten, ob eine PET uneingeschränkt zur Tumordiagnose zu empfehlen ist.

8.Aufgabe: Medizinische Anwendung von Positronenstrahlern

Stoffwechselforgänge im menschlichen Körper lassen sich unter anderem dadurch beobachten, dass man eine der beteiligten Substanzen mit einem β^+ -Strahler, z. B. dem Fluorisotop ^{18}F , markiert. In einer radiologischen Praxis wird einem Patienten eine ^{18}F -haltige Zuckerlösung verabreicht.

Daten von ^{18}F :

Atommasse $m_a = 18,0009366 \text{ u}$;

Kernmasse $m_k = 17,996001 \text{ u}$;

Halbwertszeit $T_{1/2} = 109,7 \text{ min}$

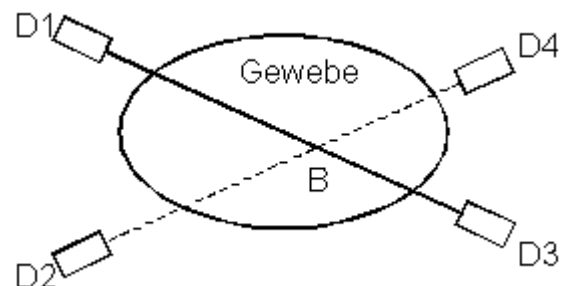
a) Wie viel Zeit bleibt für die Untersuchung, wenn die β^+ -Aktivität des ^{18}F dabei um höchstens 15 % abnehmen darf?

b) Geben Sie die Gleichung für den β^+ -Zerfall von ^{18}F an. Wie groß ist die maximale kinetische Energie für die bei diesem Zerfall entstehenden Positronen? Warum erhalten die meisten Positronen eine geringere kinetische Energie?

Ein im Körpergewebe freigesetztes Positron ist nach wenigen Millimetern Wegstrecke abgebremst und reagiert dann mit einem ruhenden Elektron durch Paarvernichtung. Nehmen Sie im Folgenden an, dass dabei genau zwei Gammaquanten entstehen.

c) Begründen Sie, dass die zwei Photonen sich in entgegengesetzte Richtungen ausbreiten und die gleiche Energie von 511 keV besitzen.

Bei der Untersuchung wird der Patient in eine waagrechte Röhre gelegt, an deren Innenwand viele Gammadetektoren angebracht sind. Wenn zwei Detektoren (z. B. D1 und D3 in der Abbildung) annähernd gleichzeitig ansprechen und die beiden Gammaquanten nicht abgelenkt wurden, muss der "Geburtsort" B auf der Verbindungsstrecke dieser beiden Detektoren liegen.



Mit einem angeschlossenen Computer lässt sich durch Auswertung vieler Zerfallsereignisse die Verteilung der ^{18}F -markierten Zuckerlösung grafisch darstellen. Um zu den Detektoren zu gelangen, müssen die beiden Photonen zunächst das Körpergewebe durchdringen. Dabei kann z. B. eines der Photonen Comptonstreuung erfahren.

d) Nennen Sie die beiden weiteren Effekte, die zur Absorption von Gammastrahlung beitragen können. Begründen Sie, warum einer dieser Effekte hier keine Rolle spielt.

e) Begründen Sie an Hand einer Skizze, weshalb der Punkt B nicht mehr auf der Verbindungsstrecke der beiden gleichzeitig ansprechenden Detektoren liegt, wenn eines der Photonen Comptonstreuung erfahren hat.

f) Ein gestreutes Gammaquant unterscheidet sich von einem ungestreuten durch seine geringere Energie. Mit den verwendeten Detektoren lassen sich Energieunterschiede ab 2,0 % nachweisen. Um welchen Winkel ϑ muss ein Gammaquant hier mindestens gestreut werden, damit es sich energetisch von einem ungestreuten unterscheiden lässt?

9. Aufgabe: Radioisotopen-Generator

Am 15. 10. 1997 wurde die Raumsonde Cassini gestartet, die am 01.07.2004 den Planeten Saturn erreicht hat. Weil bei so großer Sonnendistanz die Stromversorgung durch Solarzellen versagt, hat Cassini einen Radioisotopen-Generator an Bord. In ihm wird Wärme, die als Folge von radioaktivem Zerfall auftritt, in elektrische Energie umgewandelt. Der Radioisotopen-Generator von Cassini enthielt beim Start eine größere Menge des α -Strahlers ^{238}Pu , dessen Halbwertszeit 87,7 Jahre beträgt, in Form von Plutoniumdioxid (PuO_2). Zum Zeitpunkt des Starts lieferte der Generator eine elektrische Leistung von 870 W.

a) Stellen Sie die Gleichung des ^{238}Pu -Zerfalls auf. Zu welcher Zerfallsreihe gehört der Tochterkern? Warum spielen der Zerfall dieses Tochterkerns und nachfolgende Zerfälle für die Stromversorgung von Cassini praktisch keine Rolle?

b) Die elektrische Leistung des Generators ist ungefähr proportional zur ^{238}Pu -Aktivität. Um welchen Prozentsatz sank die Leistung im Verlauf des Flugs zum Saturn? 71% der α -Zerfälle von ^{238}Pu führen direkt in den Grundzustand des Tochterkerns, wobei jeweils ein α -Teilchen mit einer kinetischen Energie von 5,499 MeV emittiert wird. 29% der Zerfälle führen zum ersten angeregten Zustand des Tochterkerns. Dabei beträgt die kinetische Energie des emittierten α -Teilchens 5,456 MeV und es wird anschließend ein γ -Quant mit der Energie 43,5 keV ausgesandt.

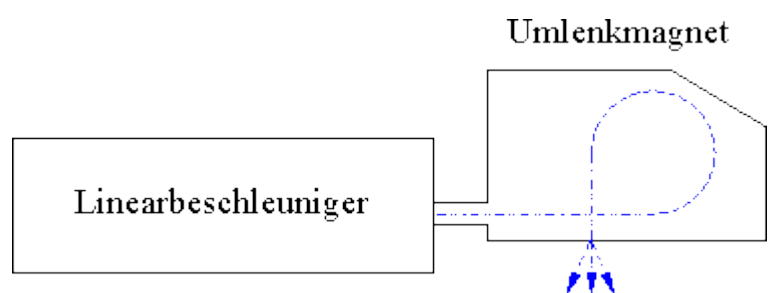
c) Skizzieren Sie auf Grund dieser Angaben das Energieniveauschema für den α -Zerfall von ^{238}Pu . Zeigen Sie durch Rechnung, dass in beiden Fällen eine Gesamtenergie von 5,593 MeV freigesetzt wird.

Beachten Sie: Im Gegensatz zum Rückstoß bei der α -Emission ist der Rückstoß bei der γ -Emission vernachlässigbar.

d) Der Wirkungsgrad für die Umsetzung von Wärmeenergie in elektrische Energie beträgt rund 5,3%. Berechnen Sie die erforderliche Masse an PuO_2 zum Zeitpunkt des Starts.

10. Aufgabe: Strahlentherapie

In der Strahlentherapie von Tumoren werden moderne Linearbeschleuniger zur Erzeugung hochenergetischer Strahlung eingesetzt. Elektronen werden dabei auf die kinetische Energie von 10,0 MeV beschleunigt und mit Hilfe eines Umlenkmagneten zur Bestrahlung auf den Tumor gelenkt.



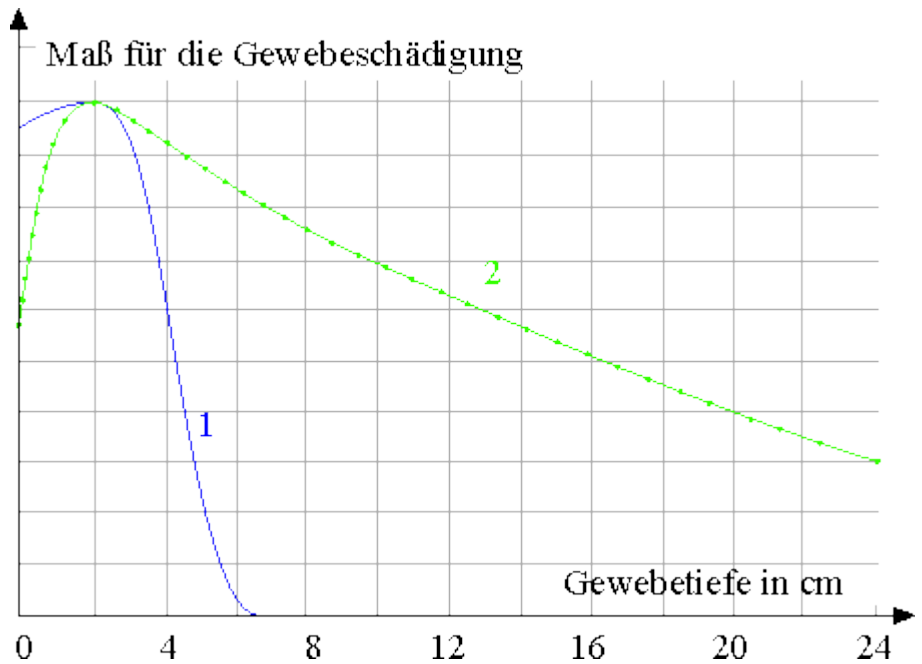
a) Bestimmen Sie die prozentuale Abweichung der Geschwindigkeit der Elektronen von der Lichtgeschwindigkeit. [zur Kontrolle: 0,118 %]

b) Schätzen Sie die magnetische Flussdichte im Umlenkmagneten ab, wenn seine geometrische Ausdehnung in der Größenordnung von 1 m liegt.

Durch das Einbringen eines metallischen Targets in den Strahlengang bei Austritt der Elektronen aus dem Umlenkmagneten können auch hochenergetische Photonen (ultraharte Röntgenstrahlung) zur Bestrahlung erzeugt werden.

c) Erläutern Sie die Entstehung dieser Photonen und bestimmen Sie eine untere Grenze für deren Wellenlänge.

Im nebenstehenden Diagramm ist ein Maß für die Gewebeschädigung in Abhängigkeit von der Gewebetiefe bei Bestrahlung mit hochenergetischen Elektronen (1) bzw. mit ultraharter



Röntgenstrahlung (2) dargestellt. Die Zunahme der Gewebeschädigung bis zu einer bestimmten Tiefe bei Bestrahlung mit ultraharter Röntgenstrahlung ist im Wesentlichen auf das Auftreten von energiereichen Elektronen infolge des Comptoneffekts zurückzuführen.

d) Erläutern Sie kurz die physikalischen Vorgänge beim Comptoneffekt.

e) Berechnen Sie die maximale kinetische Energie, die ein zunächst ruhendes Elektron durch den Comptoneffekt bei einer Photonenenergie von 8,0 MeV erhalten kann.

f) Bei der Strahlentherapie wird immer auch gesundes Gewebe in Mitleidenschaft gezogen. Welche Aussagen über die therapeutische Wirksamkeit und die möglichen Nebenwirkungen der beiden Strahlungsarten lassen sich an Hand des oben stehenden Diagramms treffen?

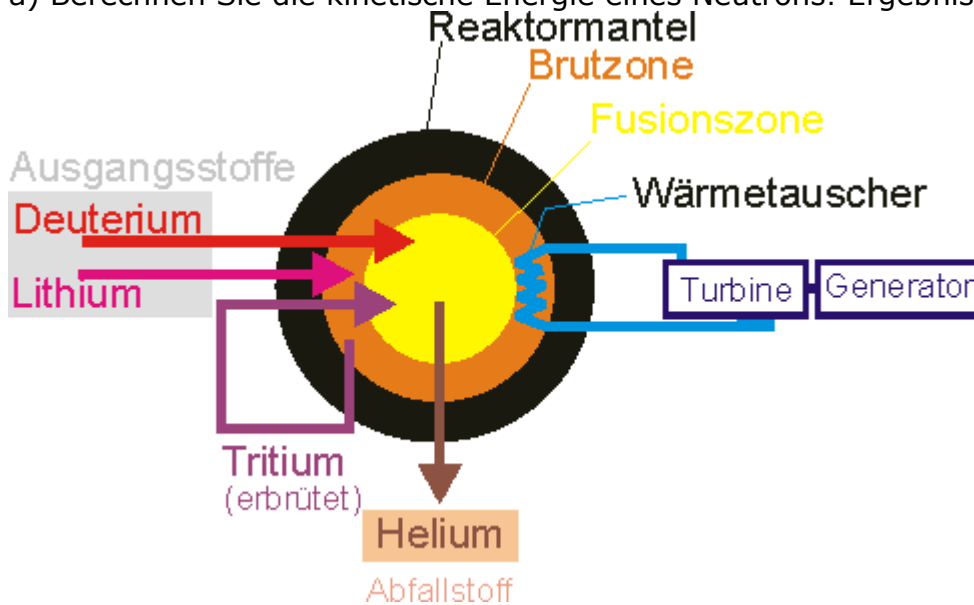
11. Aufgabe: Fusionsreaktor

In einem zukünftigen Fusionsreaktor soll die Reaktion ${}^2_1\text{D} + {}^3_1\text{T} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ zur Energiegewinnung genutzt werden. Bei diesem Prozess werden 80% der frei gesetzten Energie in kinetische Energie der Neutronen umgesetzt.

Verwenden Sie für die nachfolgenden Rechnungen die nebenstehenden Atommassen:

| Nuklid | Atommasse |
|---------------------------------|------------|
| Deuterium (${}^2_1\text{D}$) | 2,014102 u |
| Tritium (${}^3_1\text{T}$) | 3,016049 u |
| Helium (${}^4_2\text{He}$) | 4,002603 u |
| Lithium-7 (${}^7_3\text{Li}$) | 7,016000 u |
| Neutron (${}^1_0\text{n}$) | 1,008665 u |

a) Berechnen Sie die kinetische Energie eines Neutrons! Ergebnis: $E_{\text{kin}} = 2,26 \cdot 10^{-12} \text{J}$



Das Bild zeigt das vereinfachte Schema dieses zukünftigen Fusionsreaktors. Im Inneren findet der angegebene Fusionsprozess statt. Die Neutronen gelangen in die Brutzone und werden abgebremst. Die entstehende Wärme wird über einen Wärmetauscher an die Turbine weiter gegeben. An die Turbine ist ein Generator gekoppelt.

b) Begründen Sie, dass für den Reaktionsvorgang im Innern des Reaktors eine sehr hohe Temperatur erforderlich ist!

Zum Ablauf der Reaktion müssen sich das Deuteriumatom und das Tritiumatom auf eine Entfernung von $r = 5 \cdot 10^{-15} \text{m}$ annähern. Berechnen Sie die dazu notwendige Temperatur unter der stark vereinfachten Annahme, dass beide Atome beim zentralen Stoß die mittlere kinetische Energie eines Gasatoms abgeben.

Anmerkung:

Die gemachte Näherung ist sehr grob. In Wirklichkeit wird bei einem Stoß unterschiedlich schwerer Atome weniger als die Summe beider Energien übertragen. Außerdem haben die Gasatome eine Geschwindigkeitsverteilung, so dass schon bei geringeren Temperaturen als der zu berechnenden Annäherungen der obigen Art vorkommen können.

Der Betrieb eines Kraftwerkes soll mit dem beschriebenen Fusionsreaktor erfolgen. Die elektrische Leistung des Kraftwerkes betrage $P = 1000 \text{MW}$. Die Turbine des Kraftwerkes hat den thermischen Wirkungsgrad $\eta = 35\%$.

c) Geben Sie die Anzahl der Fusionsvorgänge an, die nach einjähriger Betriebsdauer im Reaktor stattfinden! Ergebnis: $N \approx 4,0 \cdot 10^{28}$

d) Berechnen Sie die Masse Deuterium, die für einen einjährigen Betrieb des Kraftwerkes benötigt wird!

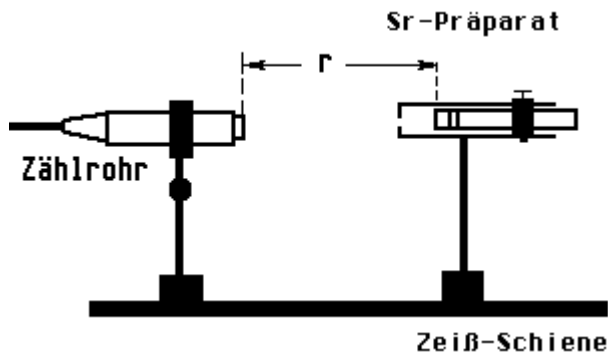
In der Brutzone findet neben dem Wärmeaustausch das Erbrüten des zweiten Ausgangsproduktes Tritium statt. Dazu wird in die Brutzone Lithium eingebracht. Die

Lithiumkerne ${}^7_3\text{Li}$ werden von den aus dem Zentrum kommenden Neutronen getroffen. Dabei entstehen Tritium und Helium.

e) Stellen Sie die Reaktionsgleichung auf!

f) Berechnen Sie die Masse Lithium, die für einen einjährigen Betrieb des Kraftwerkes benötigt wird!

12.Aufgabe: Absorption von β -Strahlung in Luft



Versuchsergebnisse

| | | | | | | | |
|---------------------|-----|------|------|------|------|-----|-----|
| Abstand r in cm | 5 | 10 | 20 | 25 | 30 | 40 | 70 |
| Zählrate R in 1/s | 329 | 93,0 | 39,5 | 20,6 | 14,7 | 5,2 | 1,8 |

Tragen Sie die Ergebnisse in doppelt logarithmischem Papier auf oder bearbeiten Sie die Ergebnisse mit einem Tabellenkalkulationsprogramm (z.B. Excel)

Bestimmen Sie die Steigung und zeige $R \sim 1/r^2$.

Warum kann man daraus schließen, dass die harte β -Strahlung des Strontiums im untersuchten Bereich von Luft nur unwesentlich absorbiert wird?

13. Aufgabe: Fusionskraftwerk

Im Fusionsprojekt ITER soll Energie durch Fusion von Deuterium- und Tritiumkernen

gewonnen werden. Der Fusionsprozess sei vom Typ ${}^2_1\text{D} + {}^3_1\text{T} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$.

a) Berechnen Sie die Energie in eV, die bei einem Fusionsprozess frei wird. Die Kernmasse von Tritium ist $m_{\text{T}} = 3,015501 \text{ u}$.

b) Wie viel Prozent dieser Energie erhält das Neutron als kinetische Energie, wenn man davon ausgeht, dass die kinetischen Energien der Ausgangskerne bei diesem Prozess zu vernachlässigen sind? (Nichtrelativistische Rechnung!)

c) Bei dem Fusionsprozess treten schnelle Neutronen auf. Beschreiben Sie, wie man prinzipiell schnelle Neutronen registrieren kann.

d) Das für den Fusionsprozess benötigte Tritium wird laufend mit Hilfe der bei diesem Prozess freiwerdenden Neutronen aus Lithium durch folgende Reaktion erbrütet.

${}^6_3\text{D} + \dots \rightarrow {}^3_1\text{T} + \dots + 4,8 \text{ MeV}$ Vervollständigen Sie diese Reaktionsgleichung.

e) Der fertige Reaktor soll aus beiden Prozessen im Dauerbetrieb eine thermische Leistung von 2500 MW erbringen. Berechnen Sie, welche Masse an Helium pro Tag als Abfallprodukt anfällt.

Wegen der extrem hohen Temperatur sind die Teilchen ionisiert und bewegen sich mit der mittleren Geschwindigkeit $\bar{v} = 8 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Sie werden durch ein Magnetfeld von den Reaktorwänden ferngehalten.

f) Wie groß muss die magnetische Flussdichte sein, damit sich ein Deuteriumkern auf einem Kreis mit Radius $r = 5 \text{ mm}$ bewegen kann?

g) Schätzen Sie ab, welcher Temperatur des Deuteriums die angegebene Geschwindigkeit \bar{v} nach der kinetischen Gastheorie entspricht.

14. Aufgabe: Kernfusion in der Sonne

In der Sonne wird durch Fusion von Wasserstoff Helium erzeugt. Ein He-Kern entsteht aus vier Protonen und zwei Elektronen über mehrere Zwischenstufen, die hier außer acht gelassen werden.

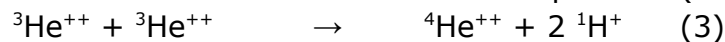
a) Berechnen Sie die Energieausbeute bei der Fusion von Protonen zu 1 kg Helium.

[zur Kontrolle: $6 \cdot 10^{14}$ J]

b) Die Masse der Sonne beträgt $2 \cdot 10^{30}$ kg, ihr Alter rund 5 Milliarden Jahre. Sie strahlt jährlich eine Energie von $1,2 \cdot 10^{34}$ J ab. Schätzen Sie ab, wie viel Prozent der Sonnenmasse seit "Geburt" der Sonne in Helium verwandelt wurden.

15. Aufgabe: Kernfusion im Innern der Sonne

Die von der Sonne abgestrahlte Energie stammt aus verschiedenen Kernfusionszyklen, die im Plasma des Sonneninneren ablaufen. Der wichtigste dieser Zyklen, der sog. „Proton-Proton-Zyklus“, wird durch folgende Reaktionsgleichungen beschrieben:



a) Stellen Sie eine Bilanzgleichung des Proton-Proton-Zyklus auf. Berechnen Sie die bei der Bildung eines ${}^4\text{He}$ -Atoms insgesamt freigesetzte Energie in MeV.

b) Die Reaktion (3) kann in klassischer Sicht nur stattfinden, wenn sich die beiden Reaktionspartner bis zur Berührung annähern. Welche kinetische Energie E_{kin} muss ein ${}^3\text{He}$ -Kern mindestens haben, um den Coulombwall eines zweiten, ihm mit gleicher Geschwindigkeit entgegen fliegenden ${}^3\text{He}$ -Kerns zu überwinden? [zur Kontrolle: $E_{\text{kin}} = 0,71$ MeV]

c) Bei welcher Temperatur T eines Plasmas wäre die mittlere kinetische Energie von ${}^3\text{He}$ -Kernen gleich der Energie E_{kin} aus Teilaufgabe b, wenn man das Plasma vereinfacht wie ein ideales Gas behandelt.

d) In der Sonne herrschen Temperaturen bis etwa $1,5 \cdot 10^7$ K. Geben Sie zwei mögliche Gründe dafür an, dass die in Gleichung (3) beschriebene Fusion auftritt, obwohl die in Teilaufgabe c berechnete Temperatur erheblich höher als $1,5 \cdot 10^7$ K ist. Erläutern Sie Ihre Antwort.