

## Aufgaben zu Röntgenstrahlen – LK Physik 13/1 – Sporenberg

Roentgen\_September\_2011 – Datum: 08.09.2011

**1.Aufgabe:** In einem Röntgengerät fällt monochromatische Strahlung ( $\lambda = 71 \text{ pm}$ ) auf die Oberfläche eines LiF-Kristalls. Der Netzebenenabstand beträgt  $201 \text{ pm}$ . Wie groß sind die ersten drei Glanzwinkel?

**2.Aufgabe:** Monochromatische Röntgenstrahlen der Photonenenergie  $200 \text{ keV}$  fallen auf die Oberfläche eines KCl-Kristalls mit dem Netzebenenabstand  $314 \text{ pm}$ . Unter welchem Winkel erscheint das erste Maximum der Braggschen Reflexion?

**3.Aufgabe:** Mit welcher Spannung muß eine Röntgenröhre mindestens betrieben werden, wenn Quanten erzeugt werden sollen, deren Energie gleich der Ruheenergie des Elektrons ist?

**4.Aufgabe:** Welche Grenzwellenlänge hat das Röntgenspektrum, das durch Elektronen der Geschwindigkeit  $0,1 c$  erzeugt wird?

**5.Aufgabe:** a) Welche Geschwindigkeit müssen die Elektronen in einer Röntgenröhre erreichen, damit die erzeugten Röntgen-Strahlen die Wellenlänge  $\lambda = 10^{-10} \text{ m}$  haben?

b) Wieviel Prozent der Lichtgeschwindigkeit beträgt die Geschwindigkeit der Elektronen?

c) Wie groß muß die angelegte Spannung sein, damit die Elektronen auf diese Geschwindigkeit beschleunigt werden?

**6.Aufgabe:** Bearbeiten Sie Aufgabe 5 unter Berücksichtigung der relativistischen Massenveränderlichkeit des Elektrons?

**7.Aufgabe:** Eine RÖNTGEN-Röhre wird mit der Spannung  $5 \times 10^4 \text{ V}$  betrieben. Berechnen Sie die größtmögliche Frequenz und die kleinstmögliche Wellenlänge der Bremsstrahlung.

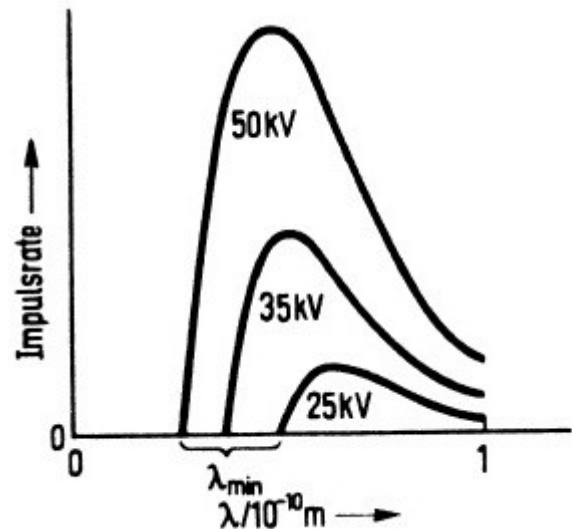
**8.Aufgabe:** In einer RÖNTGEN-Röhre sollen RÖNTGEN-Strahlen mit der Wellenlänge  $1 \cdot 10^{-10} \text{ m}$  erzeugt werden. Berechnen Sie klassisch, wie viel Prozent der Lichtgeschwindigkeit die Geschwindigkeit der Elektronen betragen muss und wie groß die angelegte Spannung sein muss, damit die Elektronen auf diese Geschwindigkeit beschleunigt werden.

**9.Aufgabe:** Eine RÖNTGEN-Röhre wird mit der Beschleunigungsspannung  $20 \text{ kV}$  betrieben. Die kurzwellige Grenze der RÖNTGEN-Bremsstrahlung wird dabei zu  $62 \text{ pm}$  gemessen. Berechnen Sie einen Wert für das PLANCKsche Wirkungsquantum.

**10.Aufgabe:** In einer RÖNTGEN-Röhre durchlaufen Elektronen eine Potentialdifferenz von  $40 \text{ kV}$ . Berechnen Sie die kurzwellige Grenze der RÖNTGEN-Strahlung.

**11.Aufgabe:** Eine Röntgenröhre wird mit der Spannung  $6 \times 10^4 \text{ V}$  betrieben. Berechnen Sie die maximale Energie, die die RÖNTGEN-Quanten der erzeugten Bremsstrahlung besitzen und die minimale Wellenlänge bzw. die maximale Frequenz, bei der das Spektrum der Strahlung abbricht.

**12.Aufgabe:** Die nebenstehende Abbildung zeigt für unterschiedliche Beschleunigungsspannungen die gemessene Impulsrate einer RÖNTGEN-Röhre in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Bestimmen Sie die drei kurzwelligen Grenzen der RÖNTGEN-Strahlung.



**13.Aufgabe:** An einer RÖNTGEN-Röhre liegt die Spannung 12kV an.

a) Bestimmen Sie die kurzwellige Grenze des Röntgenspektrums dieser Röhre.

b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der die Elektronen auf die Anode prallen.

**14.Aufgabe:** In einer RÖNTGEN-Röhre

sollen RÖNTGEN-Strahlen mit der Wellenlänge  $1 \cdot 10^{-10}$  m erzeugt werden. Berechnen Sie relativistisch, wie viel Prozent der Lichtgeschwindigkeit die Geschwindigkeit der

Elektronen betragen muss und wie groß die angelegte Spannung sein muss, damit die Elektronen auf diese Geschwindigkeit beschleunigt werden.

**15.Aufgabe:** Berechnen Sie die Beschleunigungsspannung einer RÖNTGEN-Röhre, mit der man Wellenlängen von 1pm erzeugen will.

**16.Aufgabe:** Elektronen in einer Fernröhre werden mit bis zu 20 kV beschleunigt. Hierbei entsteht auch Strahlung, die allerdings vom Glas des Bildschirms absorbiert wird. Berechnen Sie die kürzeste Wellenlänge der hierbei entstehenden RÖNTGEN-Röhre.

**17.Aufgabe:** a) Welche Grenzwellenlänge tritt bei einer mit 500 kV betriebenen Röntgenröhre auf?

b) Welches ist die kürzeste Röntgen-Wellenlänge, die bei einer Farbfernsehrohr (22 kV) auftritt? Diese wird vom Glas absorbiert.

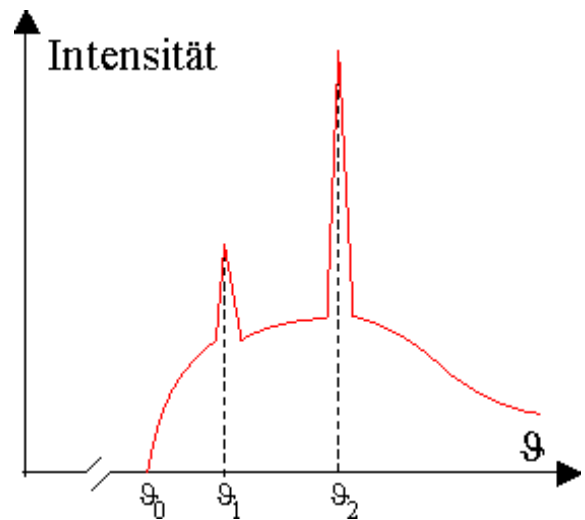
**18.Aufgabe:** Bei einem Kaliumbromidkristall beträgt der Netzebenenabstand  $d = 3,3 \cdot 10^{-10}$  m. Bei einer Röntgenröhre mit Nickelfilter beobachtet sind die kleinsten Glanzwinkel bei  $13,5^\circ$ ,  $28^\circ$  und  $44,5^\circ$ . Wie groß ist die Wellenlänge der Röntgenstrahlung?

**19.Aufgabe:** Röntgenstrahlung der Wellenlänge  $1,54 \cdot 10^{-10}$  m trifft auf einen Lithiumfluoridkristall. Der kleinste Glanzwinkel ist bei  $22,5^\circ$ . Welchen Netzebenenabstand hat der Kristall?

**20.Aufgabe:** In einer Röntgenröhre treffen Elektronen mit der Geschwindigkeit  $v = 0,30 c$  auf die Anode.

a) Zeigen Sie durch Rechnung, dass dabei Röntgenphotonen mit einer maximalen Frequenz  $f_{\max} = 6,0 \cdot 10^{18}$  Hz entstehen können. Die von der Anode emittierte Strahlung wird nun mit Hilfe einer Bragg-Apparatur analysiert.

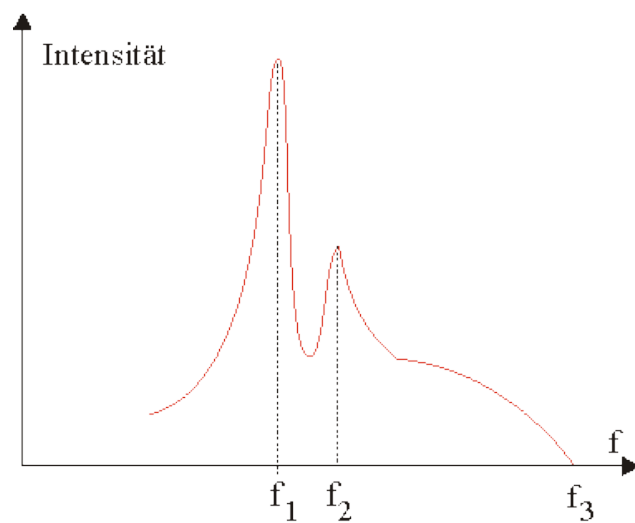
b) Bei Verwendung eines Kristalls mit einem Netzebenenabstand von  $2,01 \cdot 10^{-10}$  m ergibt sich die nebenstehende Intensitätsverteilung; sie zeigt nur Interferenzen erster Ordnung.  $\delta$  ist der Winkel zwischen der einfallenden Strahlung und der Kristalloberfläche. Berechnen Sie die Frequenzen, die zu den Winkeln  $\delta_0 = 7,2^\circ$ ,  $\delta_1 = 8,7^\circ$  und  $\delta_2 = 10,3^\circ$  gehören.



c) Wie ändert sich die Intensitätsverteilung, wenn entweder die Beschleunigungsspannung der Röhre oder der Heizstrom der Glühkathode erhöht wird? Begründen Sie Ihre Antwort.

d) Im Jahr 1913 fand der englische Physiker H. G. J. Moseley ein Gesetz, das die  $K\alpha$ -Linien der charakteristischen Röntgenspektren beschreibt. Trägt man in einem Diagramm  $\sqrt{f_k}$  ( $f_k$  ist die Frequenz der  $K\alpha$ -Linie) gegen die Kernladungszahl  $Z$  des Anodenmaterials auf, so liegen die Punkte auf einer Geraden. Zeichnen Sie die "Moseley-Gerade" im Bereich  $30 \leq Z \leq 50$ .

**21. Aufgabe:** Über die Energiezustände von Elektronen innerer Schalen bei Mehrelektronenatomen geben die Röntgenemissionsspektren Auskunft. Die Antikathode einer Röntgenröhre bestehe aus Molybdän. Man erhält das unten skizzierte Emissionsspektrum.



$$f_1 = 4,15 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \quad f_2 = 4,72 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

a) Skizzieren Sie eine Anordnung mit der man Röntgenemissionsspektren aufnehmen kann, und erläutern Sie knapp das Verfahren.

b) Welche Serien sind im Emissionsspektrum dieser Röhre zu erwarten, wenn man nur von der Besetzung der Elektronenschalen des Molybdäns ausgeht? (Verwenden Sie die Formelsammlung!) Zeichnen Sie die Linien in ein skizziertes Energieniveauschema (ohne Berücksichtigung der Feinstruktur).

c) Durch welche beiden verschiedenen Effekte wird die Röntgenstrahlung erzeugt, und wie heißen die beiden Anteile des Röntgenspektrums?

d) Bei den Emissionsmaxima handelt es sich um die  $K_a$ - und die  $K_b$ -Linie. Ordnen Sie  $f_1$  und  $f_2$  richtig zu, und erläutern Sie die Entstehung.

e) Berechnen Sie aus den Angaben ohne Verwendung des Gesetzes von Moseley die Wellenlänge der  $L_{\alpha}$ -Linie.

**22. Aufgabe:** Eine Röntgenröhre mit Kupferanode wird mit der Beschleunigungsspannung 12,0kV betrieben. Durch Braggsche Interferenz an einem NaCl-Kristall (Netzebenenabstand  $d = 2,82 \cdot 10^{-10}$  m) soll die Intensität der Röntgenstrahlung in Abhängigkeit von der Wellenlänge bestimmt werden.

a) Entwerfen Sie aus Röntgenröhre, Bleiblende, Kristall und Zählrohr eine geeignete Versuchsanordnung, und beschreiben Sie, wie man zur Aufnahme des Spektrums vorzugehen hat.

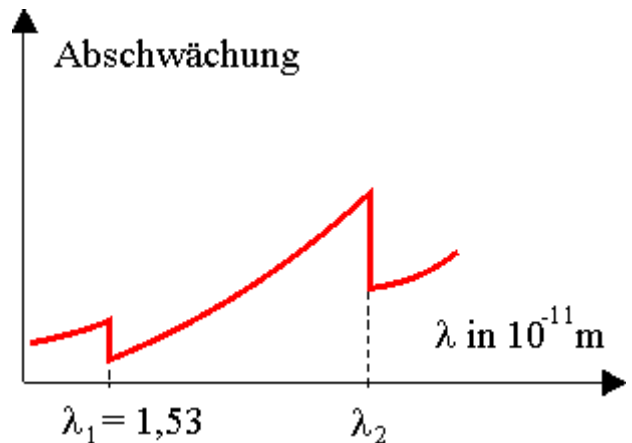
b) Das Spektrum soll von der Grenzwellenlänge bis zum 4fachen dieser Wellenlänge untersucht werden. Berechnen Sie, in welchem Ablenkungsbereich die Maxima 1. Ordnung für diesen Wellenlängenbereich zu finden sind.

Bei einem Ablenkungswinkel von  $32^\circ$  bezüglich der ursprünglichen Strahlrichtung weist das Zählrohr eine besonders starke Strahlung nach.

c) Berechnen Sie die zu dieser Strahlung gehörende Wellenlänge.

d) Um welche Art von Strahlung der Röntgenröhre handelt es sich vermutlich? Erklären Sie ihre Entstehung, und bestätigen Sie die Vermutung durch Rechnung.

**23. Aufgabe:** Bestrahlt man eine Goldfolie mit Röntgenstrahlen, so erhält man für die Abschwächung der Strahlintensität eine typische Wellenlängenabhängigkeit (Röntgenabsorptionsspektrum), die in der Skizze vereinfacht dargestellt ist.



a) Erläutern Sie, wie es bei der Wellenlänge  $\lambda_1$  zu der sprunghaften Änderung im Absorptionsspektrum kommt.

b) Berechnen Sie die Wellenlänge  $\lambda_3$  der  $K_{\alpha}$ -Linie im Emissionsspektrum für Gold. [Ergebnis:  $\lambda_3 = 2,00 \cdot 10^{-11}$  m]

c) Warum tritt die  $K_{\alpha}$ -Linie nicht im Absorptionsspektrum als Resonanzabsorptionslinie auf?

d) Berechnen Sie unter Verwendung bisheriger Ergebnisse die Wellenlänge  $\lambda_2$ .

**24. Aufgabe:**

Das Bohrsche Modell liefert für Eielektronensystem die Serienformel

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

a) Erläutern Sie, wie man damit das von Moseley gefundene Gesetz für die  $K_{\alpha}$ -Emissionslinie plausibel begründen kann. Welche Bedeutung hatte das Gesetz von Moseley für die Entwicklung des Periodensystems der Elemente?

In einer Röntgenröhre fließt ein Elektronenstrom von 25 mA. Die Elektronen treffen mit 40 % der Vakuumlichtgeschwindigkeit auf die Anode aus Wolfram.

- b) Berechnen Sie die Grenzwellenlänge der entstehenden Strahlung.
- c) Untersuchen Sie rechnerisch, ob im entstehenden Röntgenspektrum die  $K_{\alpha}$ -Linie auftreten kann.
- d) Die Anode wird durch einen Wasserstrom von 2,0 Liter pro Minute mit der Anfangstemperatur von 20°C gekühlt. Auf welche Endtemperatur wird das Wasser erwärmt, wenn im Mittel 99% der kinetischen Energie der Elektronen in Wärme umgewandelt werden?

**25. Aufgabe:**

Mit Hilfe der Röntgenspektroskopie konnte Moseley eine einfache Methode zur Bestimmung der Kernladungszahl von Elementen einführen. Dazu untersuchte er die Frequenz  $f$  der  $K_{\alpha}$ -Linie in Abhängigkeit von der Ordnungszahl  $Z$ .

a) Erläutern Sie, wie die  $K_{\alpha}$ -Linie zustande kommt.

b) Zeichnen Sie mit Hilfe der folgenden Werte ein  $Z - \sqrt{f}$ -Diagramm

(Maßstab: Z-Achse: Einheit 0,5 cm;  $\sqrt{f}$ -Achse:  $1 \cdot 10^8 \sqrt{\text{Hz}} \rightarrow 0,5 \text{ cm}$ ; Querformat)

Z	13	20	30
f in $10^{16}$ Hz	35,9	89,1	207

Bestimmen Sie damit die Ordnungszahl eines Elements, dessen  $K_{\alpha}$ -Linie die Wellenlänge 155 pm hat.

c) Erläutern Sie, wo der Graph in Teilaufgabe b nach dem Gesetz von Moseley die Z-Achse schneiden muss.

**26. Aufgabe:**

a) Skizzieren Sie zunächst ein typisches Wellenlängenspektrum einer Röntgenröhre. Erläutern Sie, warum es eine kurzwellige Grenze haben muss und berechnen Sie diese Grenzwellenlänge für die Beschleunigungsspannung 40 kV.

Der Netzebenenabstand  $d$  von Kochsalz (NaCl) soll mit Hilfe des Debye-Scherrer-Verfahrens bestimmt werden. Die Wellenlänge der verwendeten Röntgenstrahlung beträgt 74 pm: Auf der ebenen Fotoplatte, die senkrecht zur Strahlrichtung in 20 cm Abstand von der polykristallinen Probe steht, registriert man ein Interferenzmuster aus konzentrischen Kreisen.

b) Der Ring auf der Fotoplatte, der zum Maximum erster Ordnung gehört, hat einen Durchmesser von 10,8 cm. Berechnen Sie daraus den Netzebenenabstand  $d$  der kubischen Kochsalzkristalle. [zur Kontrolle:  $d = 2,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ ]

c) Wie viele Ringe zum Netzebenenabstand  $d$  kann man theoretisch auf der Fotoplatte beobachten?

## 27. Aufgabe: (GK)

a) Skizzieren Sie qualitativ das typische Emissionsspektrum einer Röntgenröhre. Tragen Sie dazu die Intensität der Strahlung in Abhängigkeit von der Wellenlänge auf. (Die Betriebsspannung  $U_B$  der Röhre sei so groß, dass auch die charakteristische Strahlung des Anodenmaterials auftritt.)

b) Aus der Grenzwellenlänge  $\lambda_G$  des kontinuierlichen Spektrums und der Beschleunigungsspannung  $U_B$  lässt sich die Plancksche Konstante  $h$  bestimmen. Erklären Sie zunächst, welcher Prozess zur Entstehung von Röntgenquanten mit der Wellenlänge  $\lambda_G$  führt. Welcher Wert für  $h$  ergibt sich aus den Messwerten  $U_B = 40 \text{ kV}$  und  $\lambda_G = 31 \text{ pm}$ ?

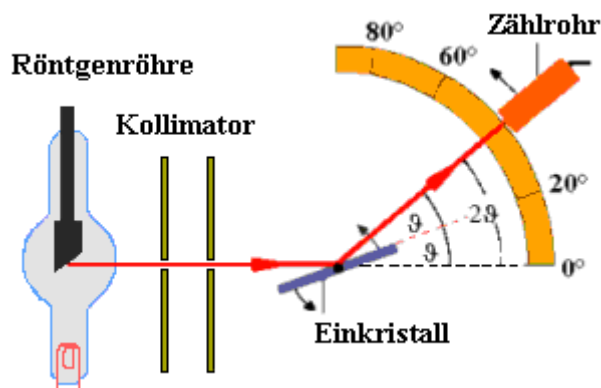
c) Erklären Sie allgemein die Entstehung der  $K_\alpha$ -Linie (Wellenlänge  $\lambda_{K\alpha}$ ) im Röntgenspektrum.

d) Welchen Einfluss hat eine Erhöhung der Beschleunigungsspannung  $U_B$  auf die Werte von  $\lambda_G$  und  $\lambda_{K\alpha}$ ? Begründen Sie Ihre Antwort.

e) In Teilaufgabe 3b wurde unter Verwendung von Röntgenstrahlung eine Möglichkeit zur Bestimmung der Planckschen Konstante  $h$  betrachtet. Erläutern Sie eine weitere experimentelle Methode zur Bestimmung von  $h$  unter Verwendung eines anderen Bereichs des elektromagnetischen Spektrums (Messverfahren, Auswertung, Berechnung von  $h$ ).

**28. Aufgabe:** Das Spektrum von "weißem Röntgenlicht" einer Röhre wird mit einer Bragg'schen Drehkristall-Anordnung aufgenommen.

- Als Maß für die relative Intensität der Strahlung dient die Impulsrate, die mit einem Zählrohr samt Digitalzähler festgestellt wird.
- Durch Drehen des Einkristalls (LiF mit Netzebenenabstand  $d = 2,01 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ ) werden verschiedene Glanzwinkel  $\vartheta$  eingestellt, so dass jeweils für verschiedene Wellenlängen die Bragg-Beziehung erfüllt ist (dabei wird nur die erste Ordnung registriert).

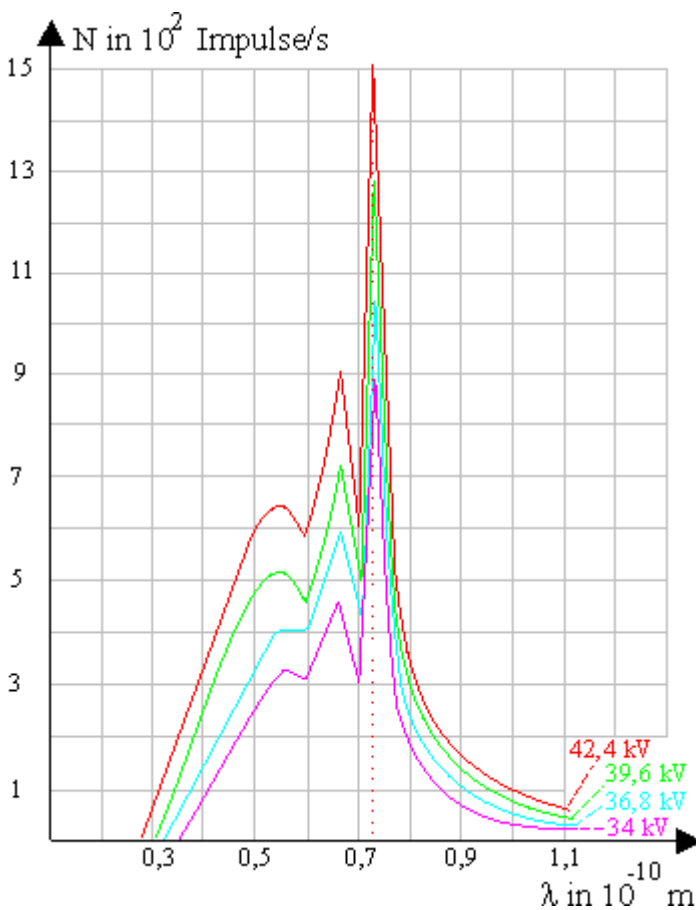


Bei einer Röhrenspannung von 42,4kV ergaben sich die folgenden Messwerte:

$\vartheta$ in $^\circ$	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	14,5	15,0
N in 1/s	222	341	472	471	585	638	640	595	681	908	612	1500	546	305	241	192	163	125	100	91	69

- a) Führen sie in der Tabelle eine dritte Zeile ein und berechnen sie die zugehörigen Wellenlängen.  
b) Skizzieren Sie das zugehörige  $\lambda$ -N-Diagramm.  
c) Bestimmen Sie aus dem Diagramm die Lage der  $K_\alpha$ -Linie und die kurzwellige Grenze des Röntgenbremsspektrums.  
d) Aus welchem Material besteht die Anode der Röntgenröhre?  
e) **Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums aus der kurzwelligen Grenze:**

Der obige Versuch wurde bei verschiedenen Spannungen an der Röntgenröhre wiederholt. Dabei ergab sich die folgende Kurvenschar:



Ermitteln sie aus der Kurvenschar die kurzwelligen Grenzen der Röntgenbremsspektren. Berechnen sie daraus jeweils einen Näherungswert für das plancksche Wirkungsquantum. Bilden Sie anschließend den Mittelwert.

## 29. Aufgabe: Röntgenstrahlen und Periodensystem

Mit Hilfe der Röntgenspektroskopie konnte Moseley eine einfache Methode zur Bestimmung der Kernladungszahl von Elementen einführen. Dazu untersuchte er die Frequenz  $f$  der  $K_\alpha$ -Linie in Abhängigkeit von der Ordnungszahl  $Z$ .

a) Erläutern Sie, wie die  $K_\alpha$ -Linie zustande kommt.

b) Zeichnen Sie mit Hilfe der folgenden Werte ein  $Z$ -  $\sqrt{f}$  -Diagramm (7BE)

(Maßstab:  $Z$ -Achse: Einheit 0,5 cm;  $\sqrt{f}$  -Achse:  $1 \cdot 10^8 \sqrt{\text{Hz}} \stackrel{\text{cm}}{=} 0,5$  cm; Querformat):

Z	13	20	30
f in $10^{16}$ Hz	35,9	89,1	207

Bestimmen Sie damit die Ordnungszahl eines Elements, dessen  $K_\alpha$ -Linie die Wellenlänge 155 pm hat.

c) Erläutern Sie, wo der Graph in Teilaufgabe b nach dem Gesetz von Moseley die  $Z$ -Achse schneiden muss.

## 30. Aufgabe:

In der unten stehenden Tabelle sind die Impulsraten der Röntgenstrahlung für verschiedenen Beschleunigungsspannungen eingetragen. Bestimmen Sie in der letzten Spalte die Wellenlänge der Röntgenstrahlung.

Tragen Sie dann in einem Diagramm für die verschiedenen Beschleunigungsspannungen die Impulsrate gegen die Wellenlänge auf. Berechnen Sie aus diesem Diagramm die Frequenz der Peaks. Das Diagramm ist mit Hilfe von Excel oder einem anderen Tabellenkalkulationsdiagramm anzufertigen.

### Aufnahme des Röntgenspektrums

Winkel	15 kV			20 kV			25 kV			$\lambda$
	Anzahl	Anzahl	Anzahl	Anzahl	Anzahl	Anzahl	Anzahl	Anzahl		
6	69	753	1803							
6,5	69	483	1567							
7	55	484	3966							
7,5	59	460	7640							
8	59	505	13324							
8,5	59	1078	15867							
9	53	2812	21077							
9,5	57	6908	23380							
10	76	9973	25929							
10,5	72	13098	27803							



11	192	15110	28115	
<b>Winkel</b>	<b>Anzahl</b>	<b>Anzahl</b>	<b>Anzahl</b>	$\lambda$
11,5	543	15756	28602	
12	1730	16159	26656	
12,5	2574	16583	26878	
13	3523	15686	25467	
13,5	3720	13924	22136	
14	3711	12921	19942	
14,5	3613	12284	19199	
15	3635	11813	17592	
15,5	3595	10891	17185	
16	3722	10209	16508	
16,5	3441	9272	15204	
17	3291	8438	14278	
<b>Winkel</b>	<b>Anzahl</b>	<b>Anzahl</b>	<b>Anzahl</b>	$\lambda$
17,5	2976	7566	13926	
18	2703	7414	12968	
18,5	2586	6784	12278	
19	2546	6719	12210	
19,5	2696	12895	21353	
20	5459	14785	24989	
20,5	5954	14488	26894	
21	4421	11231	21404	
21,5	2340	11001	14770	
22	4846	22475	41474	
22,5	13180	28897	49492	
23	12411	27866	44007	
<b>Winkel</b>	<b>Anzahl</b>	<b>Anzahl</b>	<b>Anzahl</b>	$\lambda$
23,5	6058	13894	32016	
24	829	3756	7055	
24,5	819	3260	6176	
25	693	3108	5858	
25,5	713	2983	5476	
26	610	2836	5331	
26,5	583	2609	4867	
27	557	2502	4636	
27,5	562	2311	4225	
28	498	2112	3825	
28,5	410	1849	3532	
29	450	1768	3404	
29,5	373	1663	3153	
30	392	1669	3085	