

## 1. Aufgabe:

**a)** In der hohen Atmosphäre wird durch eine Kernreaktion der kosmischen Höhenstrahlung fortwährend das Wasserstoffisotop Tritium ( ${}^3_1\text{H}$ ) gebildet. Tritium zerfällt unter Aussendung niederenergetischer  $\beta^-$ -Strahlung mit einer Halbwertszeit von 12,26 a. Bei einer Untersuchung des Grundwassers aus einer Tiefbohrung hat man festgestellt, dass der Gehalt des Grundwassers an Tritium nur 28% des Tritiumgehaltes von Regenwasser beträgt.

- 1) Wie lautet die vollständige Zerfallsgleichung des Tritiumzerfalls?
- 2) Wie viele Jahre müssen vergangen sein, seit das Grundwasser als Regen auf die Erde gefallen ist, wenn man annimmt, dass es vollständig durch Versickern von Regenwasser entstanden ist?

**b)** Um schnelle Neutronen zu erzeugen, wird ein Tritiumteilchen mit Deuteronen der Energie 400 keV beschossen. ( $m_{\text{Kern,Tritium}} = 3,0155001 \text{ u}$ ,  $m_{\text{Atom,Tritium}} = 3,0160494 \text{ u}$ )

- 1) Stellen Sie zunächst die Reaktionsgleichung auf. Hinweis: Es entsteht zunächst ein Zwischenkern, der unter Aussendung eines Neutrons zerfällt.
- 2) Welche Energie besitzen die entstehenden Neutronen höchstens?

**c)** Das Natriumisotop  ${}^{22}\text{Na}$  ist überwiegend ein  $\beta^+$ -Strahler, nur zu etwa 9% tritt Umwandlung unter Elektroneneinfang auf. Beim  $\beta^+$ -Zerfall ist die maximale Energie der emittierten Positronen  $W_{\text{max}} = 0,55 \text{ MeV}$ , außerdem tritt dabei eine  $\gamma$ -Strahlung der Energie  $W = 1,28 \text{ MeV}$  auf.

- 1) Erstellen Sie für die beiden Möglichkeiten des Zerfalls die vollständige Reaktionsgleichung.
- 2) In beiden Fällen tritt ein bisher im Text nicht erwähntes Teilchen auf. Erläutern Sie kurz, welcher Erhaltungssatz beim  $\beta^+$ -Zerfall das Auftreten dieses Teilchens fordert.
- 3) Wie lässt sich experimentell nachweisen, dass neben  $\beta^+$ -Zerfall auch Elektroneneinfang auftritt. Kurze Begründung!
- 4) Zeigen Sie allgemein, dass beim K-Einfang stets eine um 1,02 MeV höhere Energie frei wird als beim  $\beta^+$ -Zerfall. Warum überwiegt bei leichten Nukliden dennoch  $\beta^+$ -Zerfall?
- 5) Berechnen Sie aus den Daten des  $\beta^+$ -Zerfalls die Nuklidmasse von  ${}^{22}\text{Na}$ .

**d)** Das Nuklid Pu-238 ist ein  $\alpha$ -Strahler. Die Kerne des Tochternuklids entstehen im Grundzustand oder im ersten angeregten Zustand (Anregungsenergie 43 keV), der anschließend durch Emission eines Gammaquants in den Grundzustand übergeht.

1. Geben Sie die Gleichung des Zerfalls von Pu-238 an und berechnen Sie die gesamte bei einem Zerfall frei werdende Energie.
2. Skizzieren Sie das Energieniveauschema für den Zerfall von Pu-238 und berechnen Sie die Wellenlänge der emittierten  $\gamma$ -Strahlung.
3. Die Messung ergibt, dass die maximale kinetische Energie der  $\alpha$ -Teilchen 5,50 MeV beträgt. Dieser Wert unterscheidet sich deutlich vom Energiewert aus Teilaufgabe d.1. Zeigen Sie durch nichtrelativistische Rechnung, dass der Rückstoß des Zerfallsproduktes für diese Energiedifferenzen verantwortlich ist.

## 2.Aufgabe:

**a)** Das Isotop  $^{137}\text{Cs}$  zerfällt unter Aussendung von  $\beta$ -Strahlung mit einer großen Halbwertszeit in  $^{137}\text{Barium}$ . Der Übergang erfolgt teilweise direkt in den stabilen Grundzustand  $^{137}\text{Ba}$  und teilweise in den angeregten Zustand  $^{137}\text{Ba}^*$ . Letzterer geht unter Aussendung von  $\gamma$ -Strahlung in den Grundzustand über. Das Barium läßt sich aus dem Material herauswaschen und kann mit einem Geiger-Müller-Zählrohr isoliert untersucht werden. Für Meßzeiten von 10 s ergeben sich folgende Impulsraten:

t in min	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
n in Imp/10s	928	821	703	624	532	478	413	371	309	275

t in min	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5
n in Imp/10s	248	211	180	167	140	130	112	92	80	76

Stellen Sie die Ergebnisse in einem Schaubild dar. Geben Sie die Funktion für den radioaktiven Zerfall an. Leiten Sie die Beziehung zur Berechnung der Halbwertszeit her. Bestimmen Sie die Halbwertszeit des Bariums  $^{137}\text{Ba}^*$  einmal aus der Zeichnung und einmal aus der Rechnung.

**b)** 1991 wurde im Gletschereis der Ötztaler Alpen eine mumifizierte Leiche gefunden, für die die Presse den Namen Ötzi prägte. Zur Altersbestimmung wurden Gewebeproben nach der C-14-Methode untersucht.

1. Das Isotop C-14 entsteht aus einem Stickstoffatom N-13 der Luft durch Beschuss mit Neutronen. Geben Sie die Gleichung der Kernreaktion an.

C-14 ist ein Beta-Minus-Strahler. Wie sieht die Zerfallsgleichung aus?

2. Erläutern Sie die C-14-Methode zur Altersbestimmung.

Die Aktivität einer Probe des Ötzi betrug 57% der Aktivität einer Probe, die heute einem lebenden Organismus entnommen wurde und die gleiche Menge C-12 enthält. Die Halbwertszeit von C-14 beträgt 5730 Jahre.

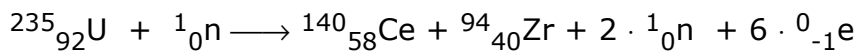
3. Berechnen Sie, vor wie vielen Jahren Ötzi gestorben ist.

4. Zusätzliche wissenschaftliche Untersuchungen ergeben ein wahrscheinlicheres Alter von etwa 5300 Jahren. Mit welcher Annahme lässt sich erklären, dass die Berechnung in Teilaufgabe c.3 ein geringeres Alter liefert?

**c)** Ein  $\alpha$ -Teilchen bewege sich zentral auf einen  $^{209}\text{Pb}$ -Kern zu. Wie weit kann es sich dem Kernmittelpunkt nähern, wenn es die Energie 8,4 MeV hat und nur Coulombkräfte angenommen werden?

**d)** Erläutern Sie die Bedeutung genauer Massenbestimmung für die Kernphysik. Interpretieren Sie die Bedeutung der Formelzeichen in der unten angegebenen Reaktionsgleichung.

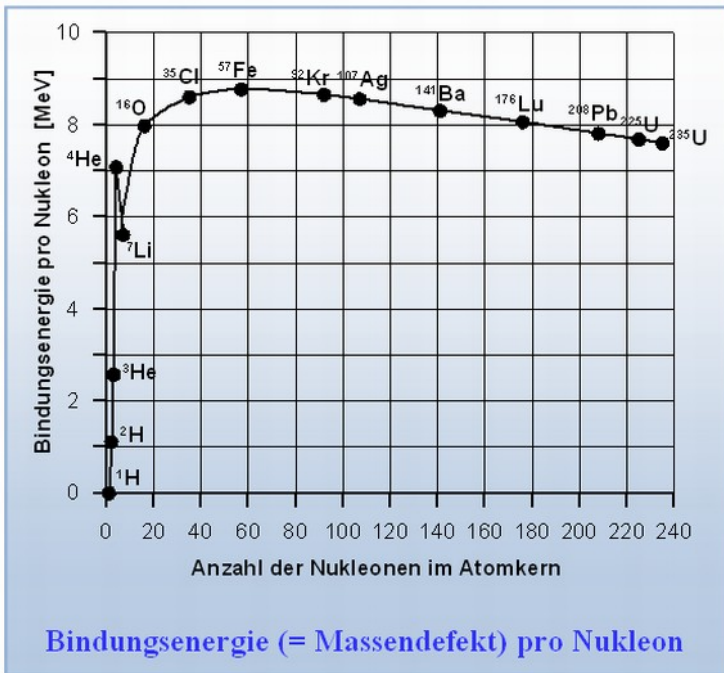
Beschreiben Sie die Reaktion mit Worten und ziehen Sie Folgerungen aus den angegebenen Zahlenwerten. Bestimmen Sie die bei dieser Reaktion frei werdende Energie.



$m_{\text{Atom,U-235}} = 235,044 \text{ u}$ ;  $m_{\text{Atom,Ce-140}} = 139,905 \text{ u}$ ;  $m_{\text{Atom,Zr-94}} = 93,9063 \text{ u}$

$m_{\text{n}} = 1,008665 \text{ u}$ ;  $m_{\text{e}} = 0,0005486 \text{ u}$ .

**e)** Diskutieren Sie allgemein die möglichen Bahnen geladener Teilchen in homogenen elektrischen bzw. magnetischen Feldern. Skizzieren und erläutern Sie eine Versuchsanordnung zur Massenbestimmung.



**f)** Die angegebene Kurve gibt die Bindungsenergie pro Nukleon wieder. Aus welchen experimentellen Befunden kann die Bindungsenergie ermittelt werden? Berechnen Sie die gesamte Bindungsenergie pro Nukleon für den Kern  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ .

( $m_{\text{Kern,Fe}} = 55,92067 \text{ u}$ ).

Erläutern Sie die Möglichkeit, mit Hilfe einer Kernspaltung Energie zu erzeugen.

### Physikalische Konstante

Elementarladung :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$   
 Masse des Elektrons :  $m_{\text{e}} = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$   
 elektr. Feldkonstante :  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$   
 Plancksche Konstante :  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$   
 Vakuum-Lichtgeschwindigkeit :  $c = 2,997 \cdot 10^8 \text{ m/s}$   
 atomare Masseneinheit  $u$  :  $1,660565 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$   
 Masse des Protons:  $m_{\text{p}} = 1,6725 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$   
 Masse des Neutrons:  $m_{\text{N}} = 1,6748 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$   
 Masse des alpha-Teilchen:  $m_{\text{alpha}} = 4,0015065 \text{ u}$   
 Atommasse von Pu-238:  $m_{\text{Atom-Pu-238}} = 238,04951 \text{ u}$   
 Atommasse von U-234:  $m_{\text{Atom-U-234}} = 234,04090 \text{ u}$



Atommasse eines Deuterons (H-2):  $m_{\text{Atom-H-2}} = 2,0141022 \text{ u}$   
 Kernmasse eines Deuterons (H-2):  $m_{\text{Kern-H-2}} = 2,0135536 \text{ u}$   
 Atommasse eines Neons (Ne-22):  $m_{\text{Atom-Ne-22}} = 21,9913845 \text{ u}$   
 Kernmasse eines Neons (Ne-22):  $m_{\text{Kern-Ne-22}} = 21,9859023 \text{ u}$

Albert Einstein und Robert Oppenheimer

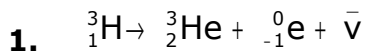
## Einstein (über die Quantentheorie):

*Eine innere Stimme sagt mir, dass das noch nicht der wahre Jakob ist: Die Theorie liefert viel, aber dem Geheimnis des Alten bringt sie uns kaum näher. Jedenfalls bin ich überzeugt, dass der Alte nicht würfelt.*

## Lösung

### 1. Aufgabe:

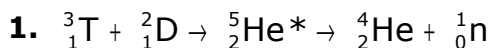
a)



2. 
$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T} t} \Rightarrow t = -T \cdot \frac{\ln \frac{N(t)}{N_0}}{\ln 2} = 22,5 \text{ a}$$

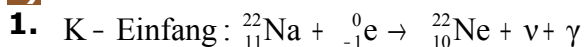
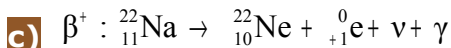
Es sind 22,5 Jahre vergangen.

b)



2.  $W = (m_{\text{T}} + m_{\text{D}} - m_{\text{He}} - m_{\text{n}}) \cdot c^2 + 400 \text{ keV} = 18 \text{ MeV}$

Die entstehenden Neutronen haben eine maximale Energie von 18 MeV.



2. Wegen der beobachteten kontinuierlichen Energieverteilung ist ein Neutrino nötig.

3. Beim K-Einfang entsteht charakteristische Röntgenstrahlung, weil die Lücke in der K-Schale aufgefüllt wird.

4.  $\beta^+$ -Zerfall: eine Elektronenmasse entsteht

K-Einfang: eine Elektronenmasse verschwindet

Deshalb bei gleichem Ausgangs- und Endkern ist die Differenz:

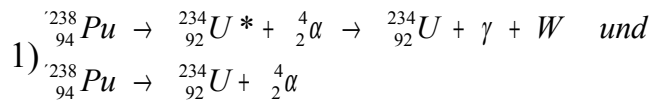
$2 \cdot m_e$  entspricht 1,02 MeV.

Bei leichten Kernen: Für Elektronen in Kernnähe geringere Aufenthaltswahrscheinlichkeit oder Elektronen-Bahn größer oder Kernvolumen kleiner – damit K-Einfang benachteiligt

5.  $m_{\text{Na}} = m_{\text{Ne}} + m_e + \frac{W_{\text{ges}}}{c^2} = 21,988441 \text{ u}$

Die Masse beträgt  $m_{\text{Na}} = 21,988441 \text{ u} = 3,65126 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$

d)



$Q = (m_{\text{Pu},0} - m_{\text{U},0} - m_{\alpha}) \cdot c^2;$

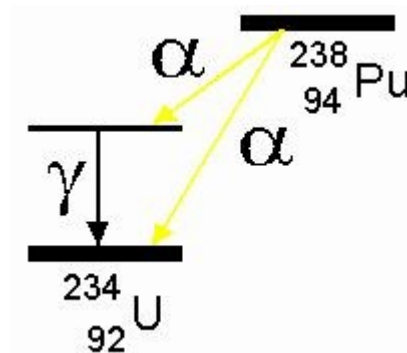
$Q = (238,04951 - 234,04090 - 4,0015065) \cdot \text{u} \cdot c^2 = 1,17956 \cdot 10^{-29} \text{ kg} \cdot c^2$

$= 1,06014 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 6,6176 \text{ MeV}$

2)  $E_{\gamma} = 43 \text{ keV};$

$\lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,997 \cdot 10^8 \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \text{m}}{43 \cdot 10^3 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ s}}$

$\lambda \approx 2,9 \cdot 10^{-11} \text{ m}$



3) Der Gesamtimpuls vor dem Zerfall wird als Null angenommen, also muss der Impuls nach dem Stoß auch Null sein. Es gilt dann:

$$v_k = \frac{m_{\alpha} \cdot v_{\alpha}}{m_k}$$

$m_k \cdot v_k = m_{\alpha} \cdot v_{\alpha} ; \Rightarrow$

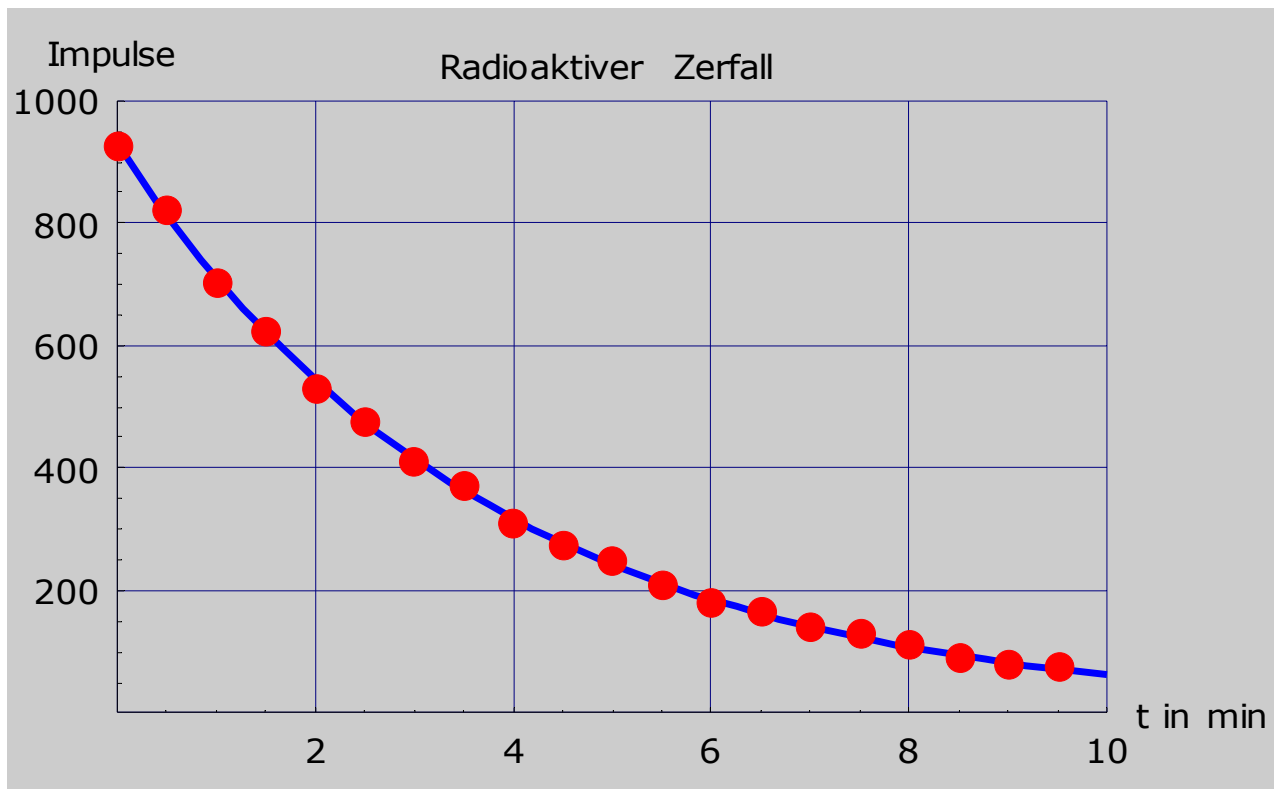
Für die kinetische Energie des Rückstoßkernes nach dem Zerfall gilt:

$$E_{\text{kin},k} = \frac{1}{2} \cdot m_k \cdot v_k^2 \Rightarrow E_{\text{kin},k} = \frac{1}{2} m_k \cdot \left( \frac{m_{\alpha} \cdot v_{\alpha}}{m_k} \right)^2 \Rightarrow E_{\text{kin},k} = \frac{m_{\alpha}}{m_k} \cdot E_{\text{kin},\alpha}$$

$$E_{\text{kin,k}} = \frac{4}{234} \cdot 5,50 \text{ MeV} = 0,094 \text{ MeV}$$

Man sieht also, dass  $E_{\text{kin,k}} + E_{\text{kin,a}} \approx Q$

## 2.Aufgabe: a)

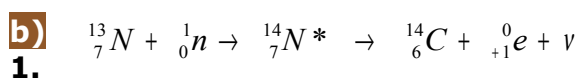


Die Funktionsgleichung lautet:

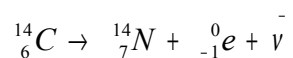
$$N(t) = 928,88 e^{-0,268679 t}$$

$$t_H = 2,57983 \text{ min}$$

Die Halbwertszeit beträgt  $t_H = 2,57983 \text{ min}$



**1.**



2. In der oberen Atmosphäre entsteht laufend C-14. Deshalb ist im normalen CO<sub>2</sub> der Luft neben dem stabilen C-12 ein bestimmter ziemlich konstant bleibender Anteil von C-14. Bei der Fotosynthese bilden sich aus dem CO<sub>2</sub> der Luft und Wasser pflanzliche Kohlenwasserstoffe. So wie die Pflanze stirbt, baut es kein CO<sub>2</sub> der Luft mehr ein. Das C-14 zerfällt mit der für es typischen Halbwertszeit. Aus der Aktivität von 1g *alten Pflanzenkohlenstoffs* (A(t)) und der bekannten Aktivität von 1g *neuen Pflanzenkohlenstoffs* (A(0)) kann das Alter berechnet werden.

3.

$$A(t) = A(0) \cdot e^{-\frac{\ln 2}{t_H} t} \Rightarrow t = - \frac{\ln \frac{A(t)}{A(0)} \cdot t_H}{\ln 2} \text{ und } A(t) = 0,57 A(0)$$

$$\Rightarrow t = - \frac{\ln 0,57 \cdot 5730 \text{ a}}{\ln 2} = 4646,84 \text{ a}$$

4. Der natürliche C-14-Anteil könnte zu Ötzi's Zeiten größer gewesen sein als heute.

c)

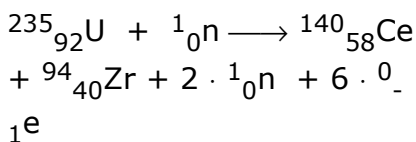
Folgende Gleichung muss nach r aufgelöst werden.

$$\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r} = 8,4 \text{ MeV} \Rightarrow r = 2,811 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

Man erhält für den Abstand:  $r = 2,811 \cdot 10^{-14} \text{ m}$

d)

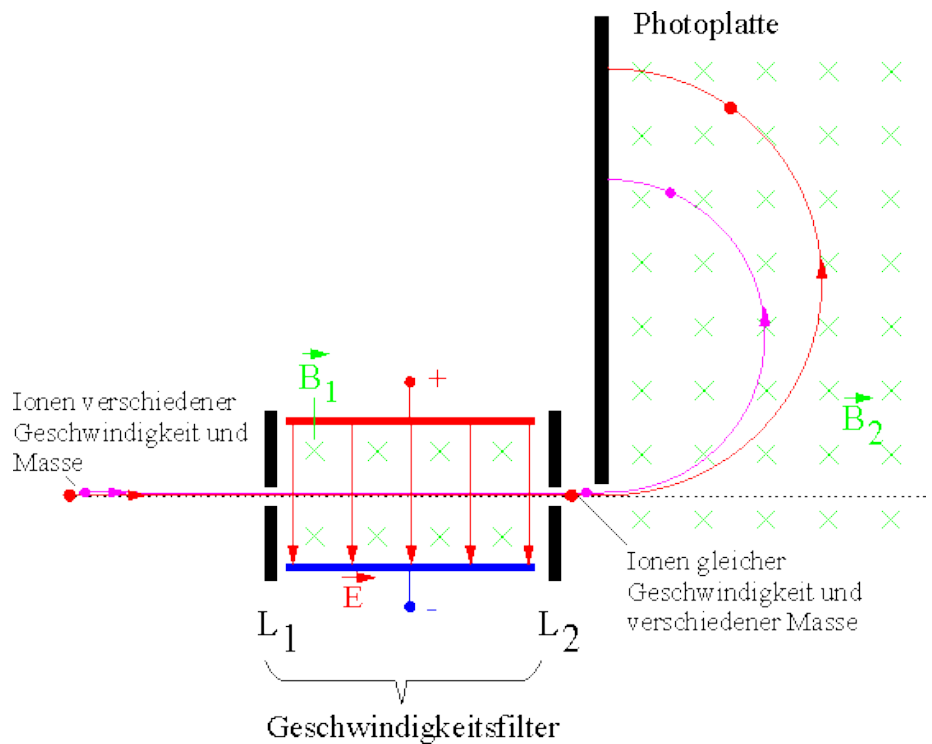
Um die Energie, die durch den Massendefekt entsteht, zu berechnen, benötigt man genaue Angaben der Kern- bzw. Atommassen.



Bei dieser Gleichung handelt es sich um die Gleichung einer Kernspaltung von Uran-236.

Energieberechnung:

$\Delta m = 3,66553 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$   
daraus folgt für die Energie



$$W = \Delta m \cdot c^2 = 3,2944 \cdot 10^{-11} \text{ J} = 205,643 \text{ MeV}$$

e)

Mit Hilfe der Ablenkung in Magnetfeldern (Richtung des Magnetfeldes senkrecht zur Bewegungsrichtung der geladenen Teilchen). Im ersten Teil des Massenspektrographen sortiert ein Geschwindigkeitsfilter die Teilchen nach der Größe der Geschwindigkeiten. In das anschließende Magnetfeld treten nur Teilchen einer bestimmten Geschwindigkeit ein ( $F_{\text{el}} = F_{\text{mag}} \Rightarrow q E = q v B \Rightarrow v = E/B$ ). Je nach Größe der beiden Felder kann man die Geschwindigkeit einstellen.

Für den Radius der Bahnen erhält man die Beziehung:  $r = \frac{mv}{qB}$

f)

Mit Hilfe der Massenbestimmung der Kerne kann die Bindungsenergie pro Nukleon ermittelt werden. Dabei ist die Masse eines Kerns immer kleiner als die Masse der einzelnen Neutronen plus Protonen. Diese Energie hält die Kernbausteine im Kern zusammen.

$$(26 \cdot \text{Protonenmasse} + 30 \cdot \text{Neutronenmasse}) - \text{KernmasseFe} = 8,74242 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$$

$$\text{Daraus ergibt sich die Energie: } W = m c^2 = 7,85727 \cdot 10^{-11} \text{ J} = 4,90466 \cdot 10^8 \text{ eV} \\ = 490,466 \text{ MeV}$$

$$\text{Pro Nukleon ergibt sich dann folgende Bindungsenergie: } 490,466 \text{ MeV}/56 = 8,75832 \text{ MeV}$$