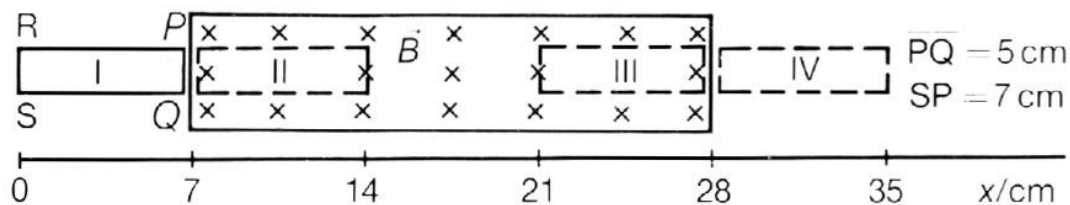


1.Aufgabe:

I. Eine flache Spule ($n = 500$, $b = 5$ cm, $l = 7$ cm, $R = 280 \Omega$) wird mit $v = 4 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ in der Abbildung aus der Lage I durch das scharf begrenzte Magnetfeld ($B = 0,15$ T) bewegt.

a) Stellen Sie den magnetischen Fluss $\Phi(t)$ durch die Spule und die Stärke des Induktionsstroms $I(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t dar.

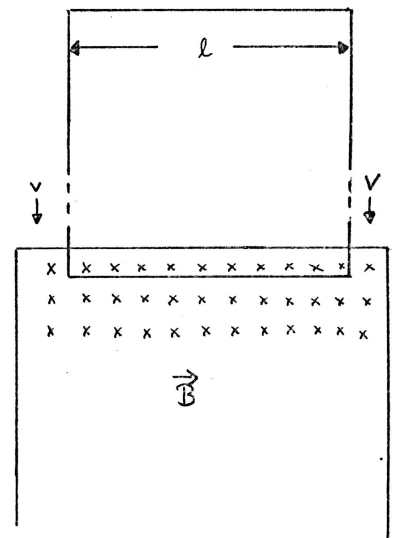
b) Welche Zugkraft F muss über die Reibung hinaus an der Spule während der Bewegung von Stellung I nach Stelle II angreifen?

**II.**

a) Eine lange Leiterschleife mit der Breite $l = 10$ cm bewegt sich mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 2$ m/s in Richtung auf den Erdmittelpunkt und senkrecht zu den Feldlinien eines Magnetfeldes in dieses Feld hinein. Die magnetische Flussdichte beträgt $B = 4$ T

1. Bestimmen Sie den in der Leiterschleife ($R = 500 \Omega$) induzierten Strom und geben Sie seine Richtung an.

2. Wie groß sind die auf die Leiterschleife wirkenden Kräfte, wenn deren Masse 8 g beträgt? Geben Sie die Richtung dieser Kräfte an.



b) Überlässt man die Leiterschleife ihrer Gewichtskraft, so fällt sie nach einiger Zeit mit konstanter Geschwindigkeit. Wie groß ist diese Geschwindigkeit? Der Luftwiderstand kann unberücksichtigt bleiben.

c) Bei der Bewegung in b) verliert die Leiterschleife fortlaufend Lageenergie. Es soll durch eine Rechnung mit allgemeinen Größen gezeigt werden, dass der Energieerhaltungssatz erfüllt ist.

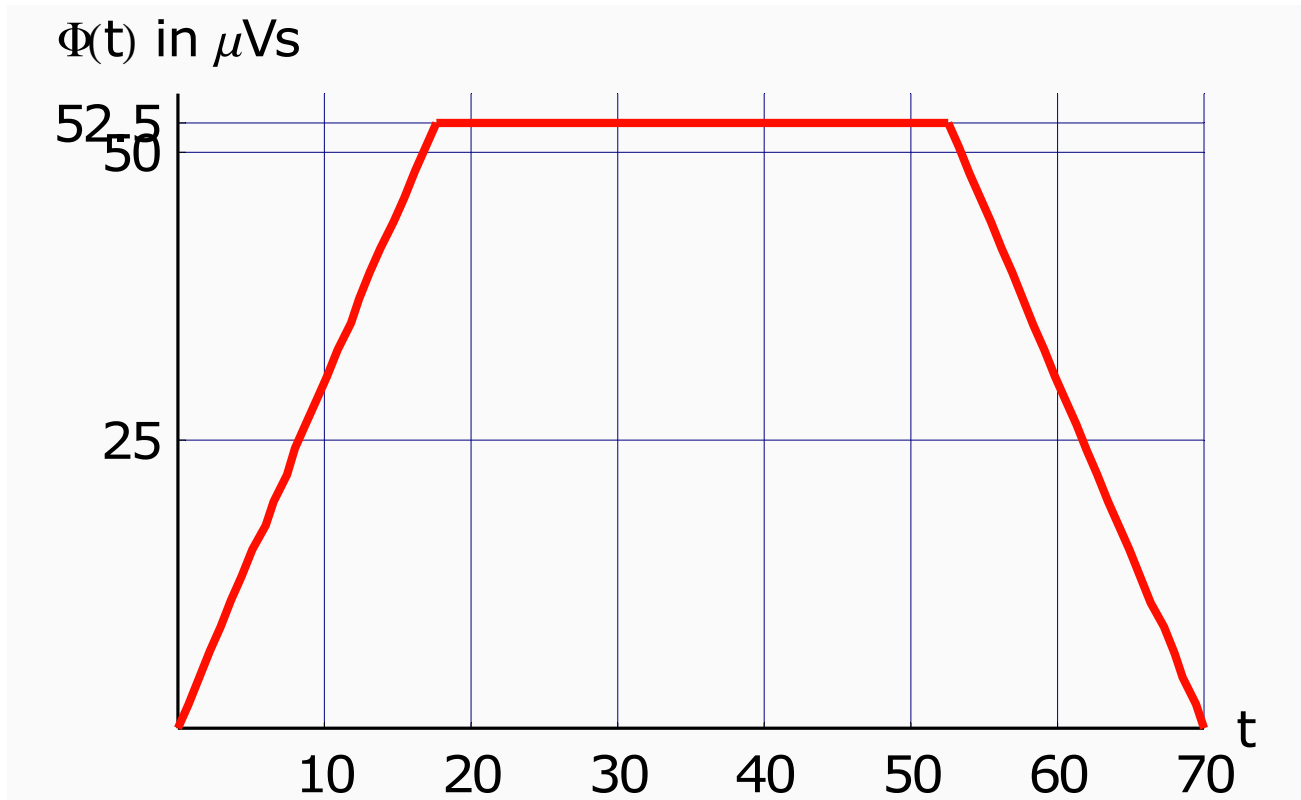
d) Nach einer bestimmten Zeit wird auch das obere Ende der Leiterschleife in das Magnetfeld eintauchen. Wie groß ist der dann induzierte Strom? Eine Begründung der Antwort ist verlangt!

Lösung

a) Von der Stellung I nach Stellung II nimmt die felddurchsetzte Fläche gleichmäßig von 0 cm^2 auf 35 cm^2 , also der magnetische Fluss von 0 Vs auf

$$\Phi_{\max} = 15 \cdot 10^{-2} \text{ Vs/m}^2 \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 = 52,5 \cdot 10^{-5} \text{ Vs zu.}$$

Danach bleibt der Fluss bis Stellung III konstant und nimmt dann anschließend wieder gleichmäßig auf 0 Vs ab.



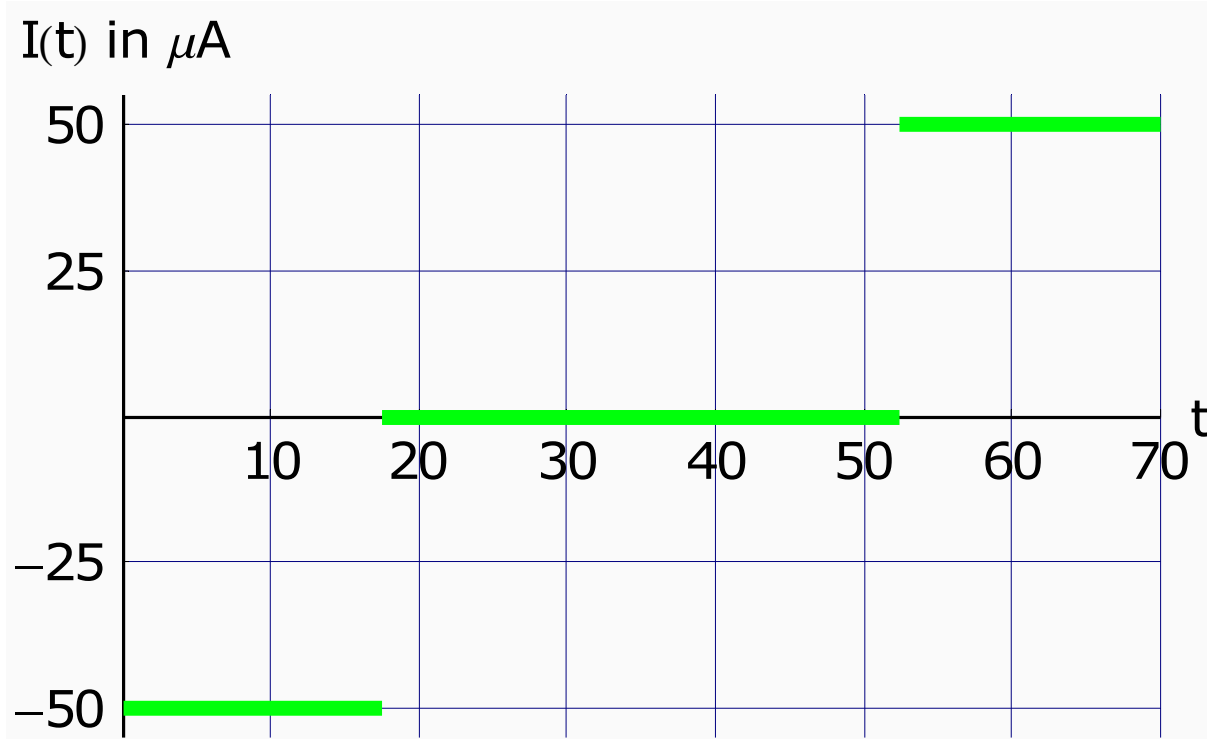
Nach $U_{\text{ind}}(t) = -n \cdot \Phi'(t)$ hat die Spannung von I bis II den Betrag:

$$U_{\text{ind}} = 500 \cdot 52,5 \cdot 10^{-5} \text{ Vs} / 17,5 \text{ s} = 15 \text{ mV}$$

Also die Stromstärke den Betrag

$$I = U_{\text{ind}} / R = 15 \text{ mV} / 280 \Omega = 0,05 \text{ mA}$$

Von II bis III ist $U_{\text{ind}} = 0 \text{ V}$, von III bis IV ist der Betrag der Stromstärke gleich der von I bis II, aber die Richtung des Stroms ist umgekehrt.



b) Auf die stromdurchflossene Spule wirken Lorentzkräfte. Bewegungshemmend ist die Lorentzkraft auf den Leiter PQ. Es gilt für die Bewegungsabschnitte von I nach II und von III nach IV.

$$F_L = n B I b = 500 \cdot 0,15 \text{ T} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ A} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 18,7 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

Die Spule bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit, wenn die Zugkraft gegenüber der Lorentzkraft ist. Also ist

$$F_L = 18,7 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

II.

a)

1. Man berechnet zunächst die induzierte Spannung U_{ind} : $U_{\text{ind}} = B \cdot l \cdot v$ und erhält: $U_{\text{ind}} = 0,8 \text{ V}$. Mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes erhält man für die Stromstärke:

$$I = U_{\text{ind}}/R = 0,0016 \text{ A.}$$

2. Gewichtskraft in Richtung Erdmittelpunkt: $F_G = m \cdot g \approx 0,008 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 0,08 \text{ N}$
Vom Magnetfeld herrührende Kraft entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung:

$$F = B \cdot I \cdot l = 4 \text{ T} \cdot 0,0016 \text{ A} \cdot 0,1 \text{ m} = 6,4 \cdot 10^{-4} \text{ N.}$$

b) Die Maximalgeschwindigkeit wird dann erreicht, wenn die Beschleunigung Null wird, wenn also gilt: $F_{\text{mag}} = F_G$.

Während des Eintauchens ins Magnetfeld wirkt die bremsende Kraft F_L :

Herleitung: $U_{\text{ind}} = B \cdot v \cdot l$, $F_L = I_{\text{ind}} \cdot B \cdot l$ und $I_{\text{ind}} = U_{\text{ind}}/R$

$$\text{Also: } F_G = I_{\text{ind}} B l = \frac{U_{\text{ind}}}{R} B l = \frac{l v B}{R} B l = \frac{l^2 v B^2}{R}$$

Setzt man die entsprechenden Werte ein, so erhält man: $v = 245,25 \text{ m/s}$.

c) Gewonnene elektrische Energie pro Zeiteinheit Δt :

$$\Delta W_{el} = U_{ind} \cdot I \cdot \Delta t$$

(I kann aus der Gleichung: $I B l = m g \Rightarrow I = \frac{m g}{B l}$ ersetzt werden und man erhält:

$$\Delta W_{el} = U_{ind} \frac{m g}{B l} \Delta t \quad \text{und mit: } U_{ind} = B l v \text{ eingesetzt ergibt sich:}$$

$$\Delta W_{el} = m g v \Delta t = m g \Delta h$$

Die mechanische Energie ist: $W_{pot} = m g \Delta h$.
q.e.d.

d) Der induzierte Strom ist 0, da der magnetische Fluss durch die Leiterschleife in diesem Fall konstant bleibt.

2. Aufgabe:

An einer Schraubenfeder mit der Federkonstanten $D = 10 \text{ N/m}$ hängt ein Körper der Masse $m = 0,25 \text{ kg}$; das System ist zunächst im Gleichgewicht. Durch eine zusätzliche Kraft wird die Feder jedoch um die Strecke $s_{max} = 0,1 \text{ m}$ nach unten ausgelenkt.

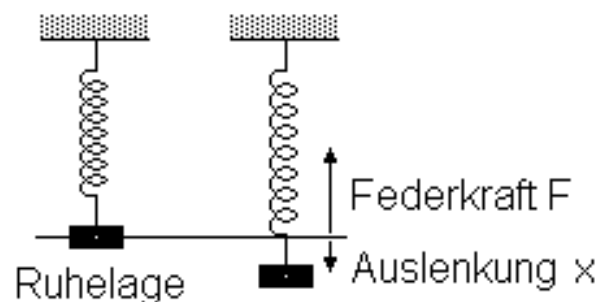
a) Welche Beschleunigung in Richtung der Gleichgewichtslage erfährt das System im tiefsten Punkt, wenn die Feder dort losgelassen wird?

b) Wie groß ist die Beschleunigung in der Gleichgewichtslage? Welche Geschwindigkeit besitzt dort der Körper?

c) Stellen Sie das Weg-Zeit-Gesetz dieser Schwingung auf. Legen Sie dabei den Zeitnullpunkt so, dass der Körper zur Zeit $t = 0 \text{ s}$ gerade durch die Gleichgewichtslage geht.

d) Wie lautet das Geschwindigkeits- bzw. das Beschleunigungs-Zeit-Gesetz? Stellen Sie diese mit dem Weg-Zeit-Gesetz graphisch in einem Diagramm mit geeigneter Achseneinteilung dar.

e) Wie groß ist die Auslenkung eine halbe Sekunde nach dem Durchgang durch die Gleichgewichtslage?



Lösung

a) Die Gleichung für die Schwingung lautet:

$$s(t) = s_{max} \sin(\omega t) \quad \text{mit } s_{max} = 0,1 \text{ m und } \omega = 6,32456 \text{ rad/s}$$

$$T = 0,993459 \text{ s und } f = 1,00658 \text{ Hz}$$

Die Beschleunigung in den Umkehrpunkten ist maximal. Also:

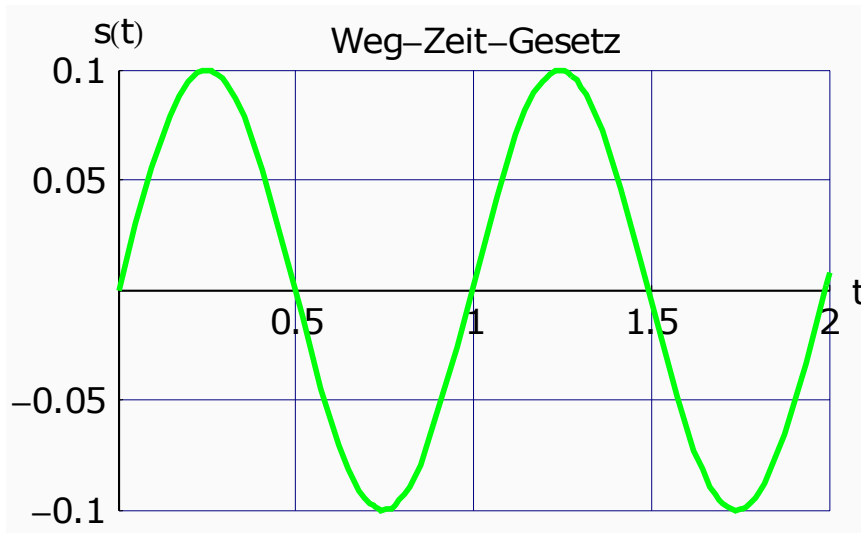
$$a_{max} = s_{max} \cdot D/m = 4 \text{ m/s}^2.$$

b) In der Gleichgewichtslage ist die Beschleunigung 0. Die maximale

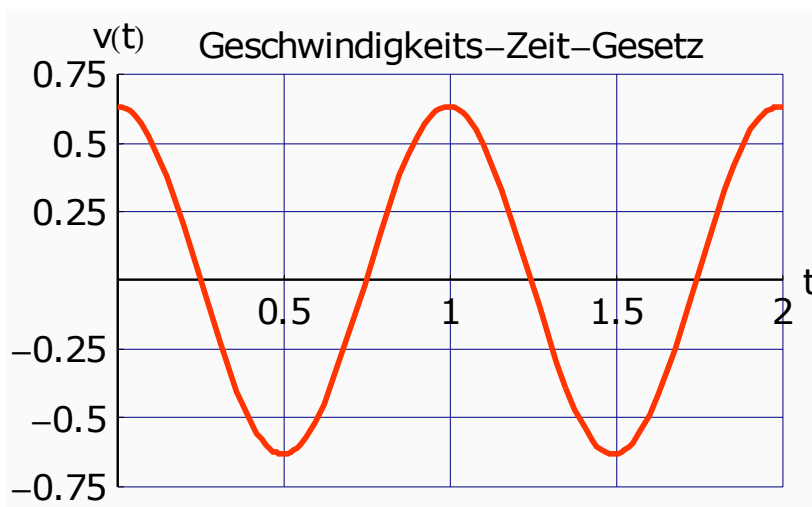
Geschwindigkeit ist dagegen $v_{\max} = s_{\max} \sqrt{\frac{D}{m}} = 0,63245 \frac{m}{s}$.

c) Das Weg-Zeit-Gesetz der Schwingung lautet:

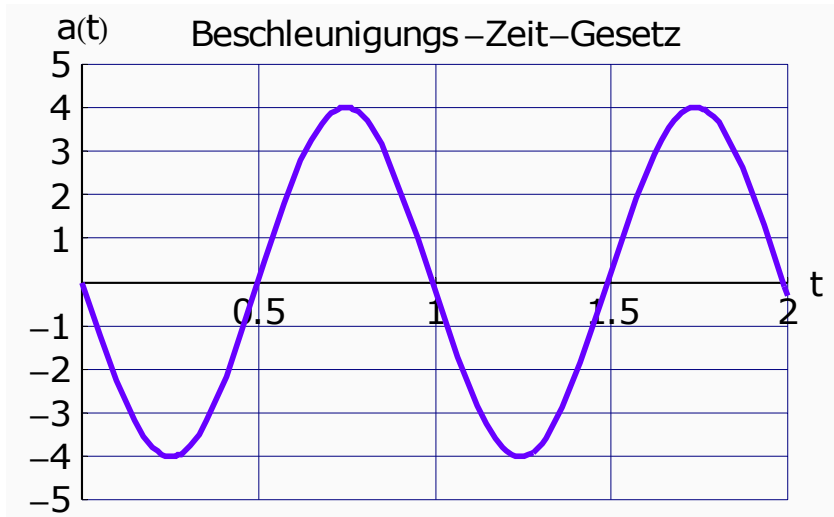
$s(t) = s_{\max} \sin(\omega t)$ mit $s_{\max} = 0,1 \text{ m}$ und $\omega = 6,32456 \text{ rad/s}$



Das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz



Das Beschleunigungs-Zeit-Gesetz



e) Nach $t = \frac{1}{2}$ s beträgt die Auslenkung: $s(0,5) = -0,00206835$ m

3. Aufgabe:

Im Ursprung eines Koordinatensystems beginnt ein Oszillator zur Zeit $t = 0$ s mit einer Schwingung, die durch folgende Gleichung beschrieben wird:

$$y(t) = 0,06 \text{ m} \sin\left(\frac{8\pi}{1 \text{ s}} \cdot t\right)$$

Durch diese Schwingung wird eine Transversalwelle in positiver x-Richtung mit der Wellenlänge $\lambda = 20$ cm erzeugt.

a) Erläutern Sie den Begriff der Transversalwelle.

b) Zeigen Sie, dass $f = 4$ 1/s ist. Berechnen Sie die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle.

Geben Sie für diesen Vorgang die Wellengleichung an.

c) Es wird ein Oszillator an der Stelle $x = 5$ cm

betrachtet. Nach welcher Zeit wird dieser Oszillator von der Wellenbewegung erfasst? Welche Auslenkung besitzt dieser Oszillator zum Zeitpunkt $t = 6$ s?

d) Wo befindet sich der Oszillator an der Stelle $x = 12$ cm zum Zeitpunkt $t = 1,5$ s?

e) An welchen Orten haben Oszillatoren zum Zeitpunkt $t = 3$ s die Auslenkung $y = -4$ cm

f) Zeichnen Sie die Welle zum Zeitpunkt $t=0,25$ s und $t = 0,85$ s.



Lösung

a) Die Schwingungen erfolgen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.

b) Benötigt wird die Gleichung: $\omega = 2\pi f$. Löst man diese nach f auf und ersetzt $\omega = 8\pi/1$ s (aus der angegebenen Gleichung), so erhält man $f = 4$ 1/s. Mit Hilfe der Gleichung $c = \lambda \cdot f$ erhält man: $c = 0,8$ m/s.

Die Wellengleichung lautet jetzt:

$$s(x,t) = 0,06 \text{ m} \sin\left(2\pi \left(4 \text{ Hz } t - \frac{x}{0,2 \text{ m}}\right)\right)$$

c) Die Gleichung $0,8 \text{ m/s} = 0,05 \text{ m/t}$ muss nach t aufgelöst werden. Man erhält: $t = 0,0625 \text{ s}$.

Es ist folgender Funktionswert zu berechnen: $s(x=0,05 \text{ m}, t = 6 \text{ s}) = -0,06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$.

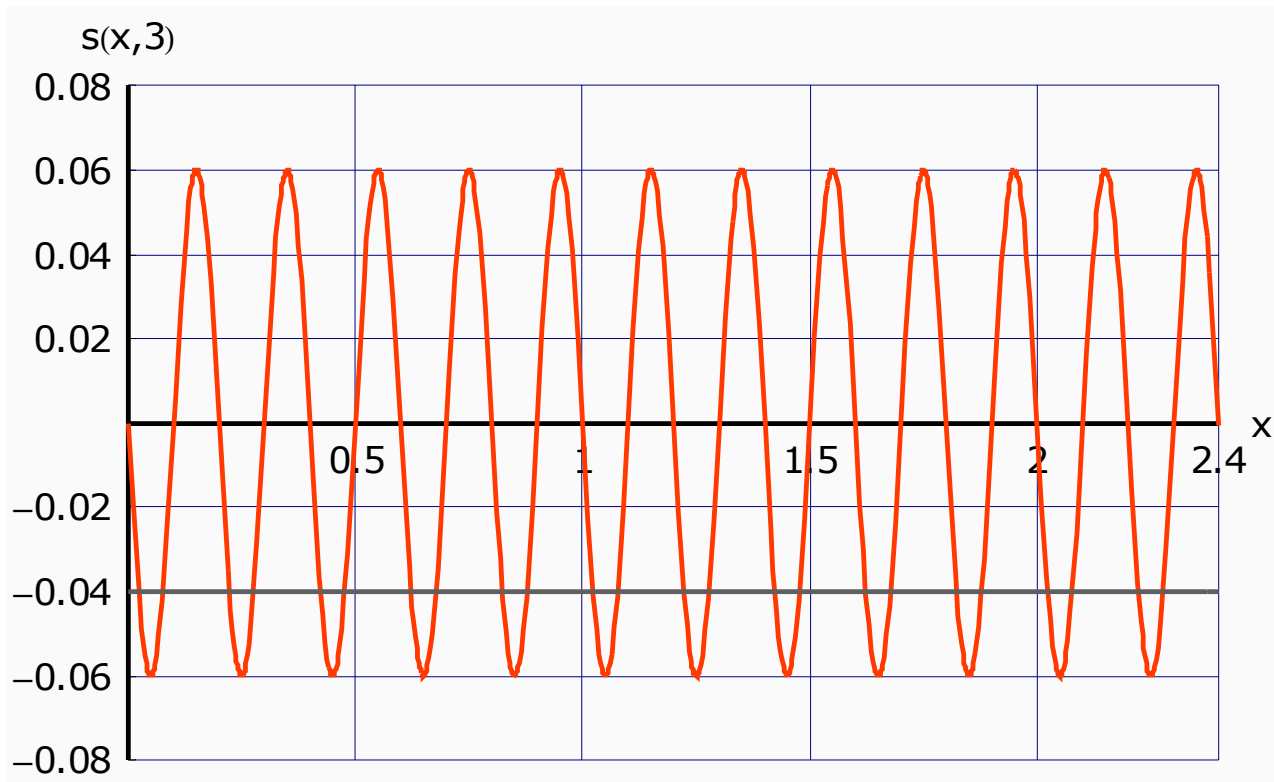
d) Auch hier muss ein Funktionswert berechnet werden:

$s(x= 0,12 \text{ m}, t = 1,5 \text{ s}) = - 0,03526 \text{ m} \approx 3,5 \text{ cm}$

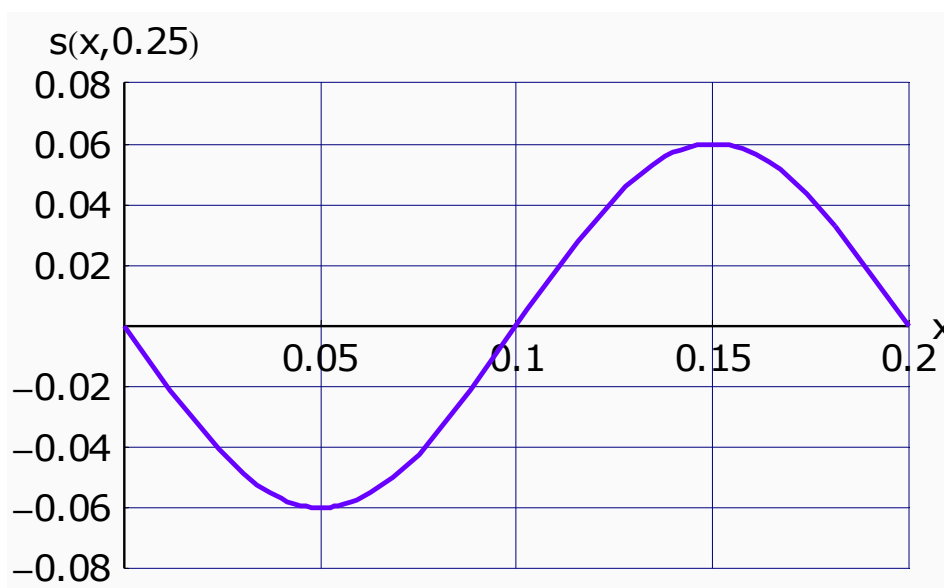
e) Zu lösen ist folgende Gleichung: $s(x, t = 3 \text{ s}) = -0,04 \text{ m}$. Für x ergibt sich: $x_1 = 0,0232279$ und $x_2 = 0,076772$

Des weiteren sind es die Lösungen, die sich ergeben zu:

$x_{n1} = x_1 + n \cdot \lambda$ und $x_{n2} = x_2 + n \cdot \lambda$, dabei gilt: $n = 1,2,3,4,\dots,12$

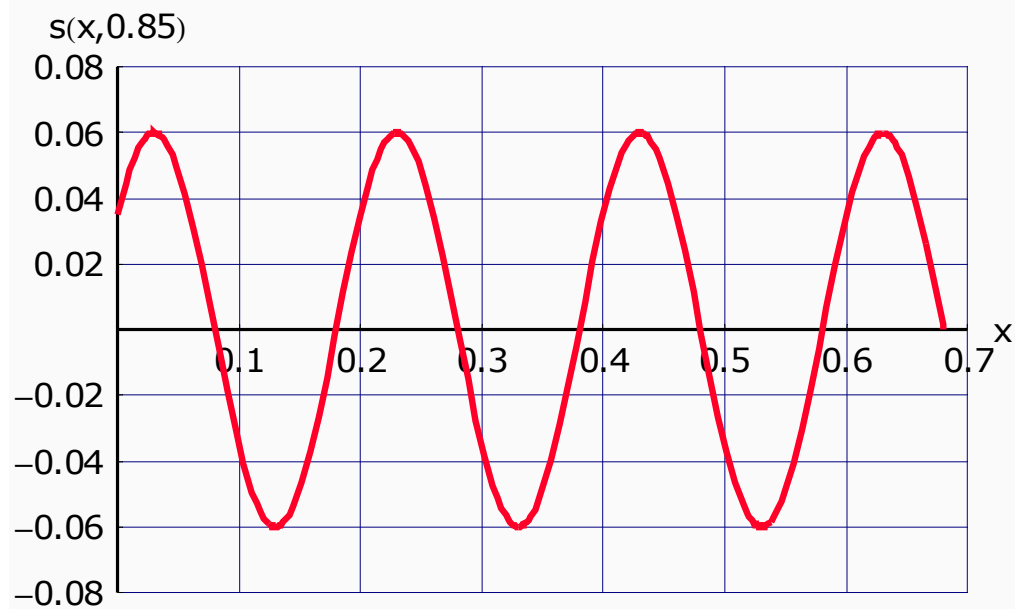


d) Welle zum Zeitpunkt $t=0,25 \text{ s}$. Dann ist die Welle bis $x=0,2 \text{ m}$ angekommen.

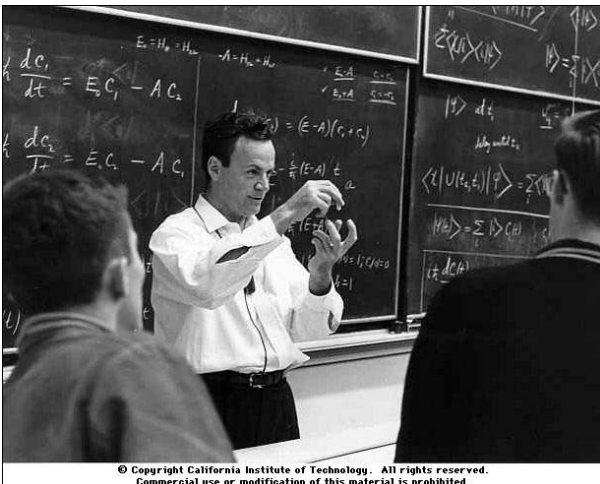


x	s(x,0,25)
0	0
0,01	-0,01854102
0,02	-0,035267115
0,03	-0,04854102
0,04	-0,057063391
0,05	-0,06
0,06	-0,057063391
0,07	-0,04854102
0,08	-0,035267115
0,09	-0,01854102
0,1	0
0,11	0,01854102
0,12	0,035267115
0,13	0,04854102
0,14	0,057063391
0,15	0,06
0,16	0,057063391
0,17	0,04854102
0,18	0,035267115
0,19	0,01854102
0,2	0

Welle zum Zeitpunkt $t=0,85$ s. Dann ist die Welle bis $x=0,68$ m angekommen.



x	s(x,0,85)
0	0
0,05	-0,06
0,1	7,35089E-18
0,15	0,06
0,2	0
0,25	-0,06
0,3	-8,72869E-17
0,35	0,06
0,4	1,21283E-16
0,45	-0,06
0,5	0
0,55	0,06
0,6	2,42566E-16
0,65	-0,06
0,68	-0,035267115



© Copyright California Institute of Technology. All rights reserved. Commercial use or modification of this material is prohibited.

„Es ist unmöglich, die Schönheiten der Naturgesetze angemessen zu vermitteln, wenn jemand die Mathematik nicht versteht. Ich bedaure das, aber es ist wohl so.“

Richard Feynman

Viel Erfolg!