1. Klausur LK Physik 13/1 Sporenberg 13. Oktober 2011

1.Aufgabe:

a) Erklären Sie die wesentlichen Vorgänge beim Comptoneffekt. Stellen Sie die Impulsvektoren in einer Skizze dar. Erläutern Sie die Unterschiede zum Fotoeffekt. Warum ist der Compton-Effekt bei Verwendung weicher Röntgenstrahlung (ca. $\lambda = 10^{-10}$ m) nur schwer nachzuweisen?

b) Geben Sie die Möglichkeit zur Messung der Wellenlänge harter monochromatischer Röntgenstrahlung an.

c) Quanten mit der Wellenlänge $\lambda = \lambda_c/2$ treffen auf freie Elektronen.
Wie groß ist die Wellenlängenänderung in % für die Winkel $\varphi = 0^\circ$, 45°, 90° und 180°? Wie groß ist das maximal mögliche $\Delta\lambda$? Unter welchem Winkel φ tritt es auf? Wie groß wäre die Comptonverschiebung (=Wellenlängenänderung) $\Delta\lambda$ unter 90° bei sichtbarem Licht (λ = 600 nm) in %?

d) Welche Masse haben Quanten mit $\lambda = \lambda_c$? Welchen Energieverlust erleiden sie bei Comptonstreuung unter dem Winkel $\varphi = 180^\circ$, also bei direktem Stoß auf ein Elektron? Diskutieren Sie damit die Aussage, der Comptoneffekt beweise ein Stoßverhalten im atomaren Bereich wie man es bei Billardkugeln kennt.

e) Durch den Comptoneffekt hat man eine weitere Möglichkeit, die universelle Naturkonstante h zu bestimmen. Welche Größen muss man dazu aus dem Streuexperiment von Compton bestimmen und welche müssen bekannt sein?

2.Aufgabe:

Das MAX-PLANCK-Institut für Metallforschung in Stuttgart besitzt ein 1,2-MeV-Elektronenmikroskop, Die beschleunigten Elektronen erreichen durch die Beschleunigungsspannung $U = 1{,}2 \bullet 10^6$ V eine so hohe Geschwindigkeit, dass bei der Bearbeitung der Teilaufgaben a) bis c) der relativistische Massenzuwachs berücksichtigt werden muss.

a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit v, die die Elektronen nach der Beschleunigung haben. Geben Sie den Größenwert von v mit 4 signifikanten Ziffern an. Um wie viel Prozent unterscheidet sie sich von der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit?

b) Berechnen Sie den Impuls p, den die Elektronen nach der Beschleunigung haben.

c) Berechnen Sie die DE BROGLIE-Wellenlänge λ, die den Elektronen mit dem unter b) berechneten Impuls zugeordnet werden muss.

d) Ohne die Zwischenergebnisse von a) und b) können Sie die DE BROGLIE-Wellenlänge mit Hilfe der Formel

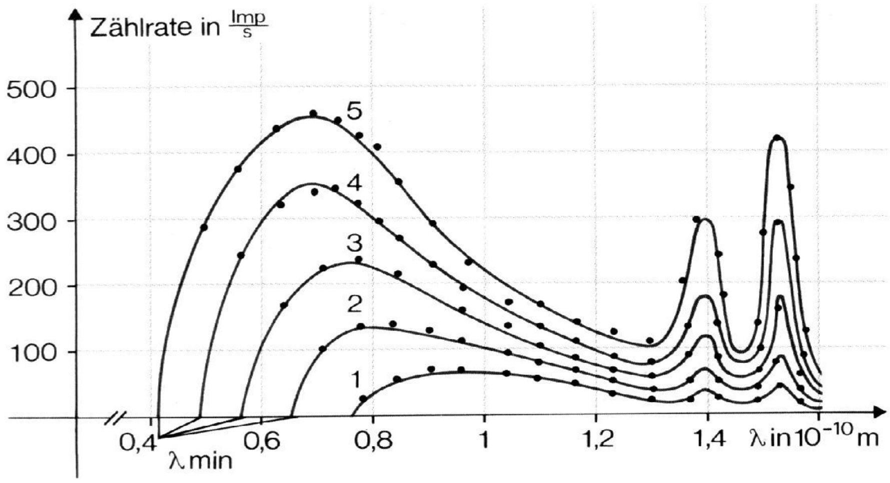
$$\lambda_{relativistisch} = \frac{h}{\sqrt{\frac{e^2\ U^2}{c^2} + 2\ m_0\ e\,U}}$$

berechnen. Berechnen Sie zur Kontrolle Ihres Ergebnisses von c) die DE BROGLIE-Wellenlänge mit Hilfe dieser Formel.

e) Zeigen Sie dass man für die DE BROGLIE-Wellenlänge ein ganz falsches Ergebnis erhält, wenn man den relativistischen Massenzuwachs nicht berücksichtigt und mit der klassischen Formel für die kinetische Energie rechnet.

3.Aufgabe: a) Erläutern Sie die Entstehung des Röntgenspektrums (Bremsspektrum und charakteristische Röntgenstrahlung). Warum kann man die Entstehung der Röntgenstrahlung als Umkehrung des Fotoeffekts auffassen?

b) Wie kann man sich die Entstehung der Quanten höchster Energie vorstellen? Wie entstehen Quanten mit geringerer Energie im Röntgenspektrum? Erläutern Sie den Begriff Grenzfrequenz.



36.1 Intensität der Röntgenstrahlung (Cu-Anode) in Abhängigkeit von λ bei verschiedenen Spannungen U_a

c) Mit Hilfe des Röntgenspektrums kann die Plancksche Konstante h bestimmt werden.

1. Methode: Entnehmen Sie dem Diagramm die Werte für die Grenzwellenlängen und tragen Sie diese über U_A auf. Die Spannungen für die einzelnen Kurven betragen:

1 - 17 000 V   2 - 19 000 V   3 - 22 000V   4 - 25 000 V   5 - 30 000V

Welche Funktion zwischen λ_{min} und U_A vermuten Sie? Bestätigen Sie dies durch die zugehörige mathematische Verknüpfung, die bei allen Wertepaaren zu etwa demselben Wert führen muss. Errechnen Sie aus dieser Konstanten über die Beziehung zur Berechnung der Grenzwellenlänge einen Wert der Planckschen Konstanten.
Wählen Sie eine graphische Darstellung so, dass die Messpunkte ungefähr auf einer Geraden liegen. Zeichnen Sie die Ausgleichsgerade und ermitteln Sie ihre Steigung. Berechnen Sie daraus das Plancksche Wirkungsquantum h.

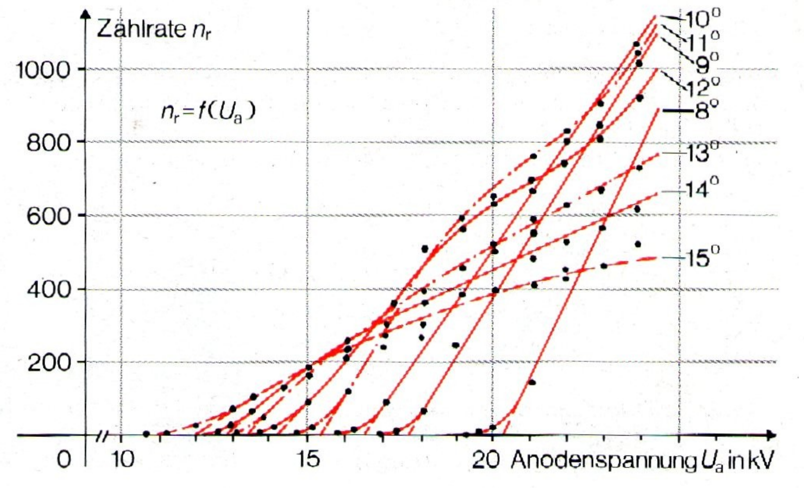
d) *2.Methode:* Man misst bei fest eingestelltem Zählrohr (φ = konst.) durch Vergrößerung der Röhrenspannung denjenigen Wert von U_A, bei dem die Zählrate plötzlich ansteigt. Zu dieser Einsatzspannung gehört die aus der Braggschen Bedingung errechneten Wellenlänge als Wert für λ_{min}.

Aus dem Diagramm 37.1 ergeben sich durch Extrapolation (= Tangente statt des unteren Kurvenstücks) die Wertepaare:

φ	8^o	9^o	10^o	11^o	12^o	13^o	14^o	15^o
U_A in kV	20,2	17,6	16,4	15,2	14,0	13,2	12,2	11,3

1. Errechnen Sie aus der Braggschen Bedingung die zu den Glanzwinkeln φ (n =1) gehörenden Wellenlängen λ_{min}. Der Gitterabstand von LiF beträgt 201 pm.
2. Errechnen Sie für jedes Wertepaar von U_A und λ_{min} aus der Grenzwellenlängenbeziehung einen Wert der Planckschen Konstanten h.
3. Schätzen Sie die Unsicherheit der Werte ab. Warum sind h-Werte für größere Winkel sicherer?

37.1 Zählrate als Funktion von U_a für feste Glanzwinkel ϑ



Physikalische Konstante:

Elementarladung : $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ As
Masse des Elektrons : $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg
elektr. Feldkonstante : $\varepsilon_o = 8,85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm
Plancksche Konstante : $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js
Vakuum-Lichtgeschwindigkeit : $c = 2,997 \cdot 10^8$ m/s
Gravitationskonstante : $G^* = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2
Masse der Erde : $M = 5,973 \cdot 10^{24}$ kg

$$r_n = \varepsilon_o \frac{h^2}{\pi e^2 m_e} n^2 \qquad v_n = \frac{e^2}{2 \varepsilon_o h} \cdot \frac{1}{n}$$

$$\omega_n = \frac{\pi e^4 m_e}{2 \varepsilon_o^2 h^3} \cdot \frac{1}{n^3} \qquad f_n = \frac{e^4 m_e}{4 \varepsilon_o^2 h^3} \cdot \frac{1}{n^3}$$

Lösung

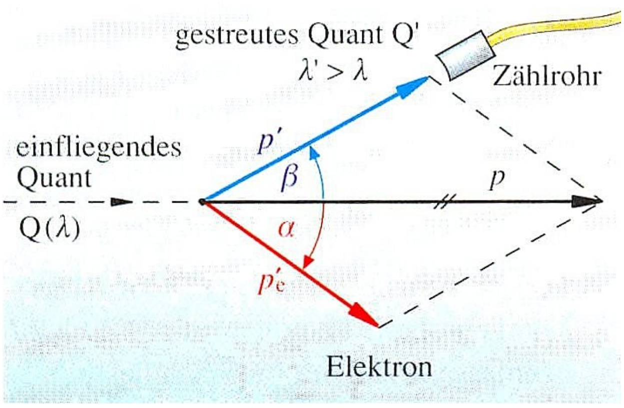
1.Aufgabe:

a)Beim Compton-Effekt tritt ein Photon mit einem Elektron in eine Wechselwirkung, die man mit dem klassischen Wort *Stoß* bezeichnen kann. Wie beim elastischen Stoß makroskopischer Körper gelten nämlich die Erhaltungssätze für Energie und Impuls. Durch den Comptoneffekt ist unzweifelhaft bewiesen, dass diese Erhaltungssätze nicht nur im Mittel, sondern für jeden Einzelprozess gelten und dass man dem Photon Impuls und Masse zuschreiben kann.

Eine ausschließliche Vernichtung eines Photons bei der Wechselwirkung mit einem freien Elektron kann es nicht geben. In einem solchen Fall wären nämlich Impuls- und Energieerhaltungssatz nicht gleichzeitig erfüllt.

Beim lichtelektrischen Effekt ist die Vernichtung eines Photons deshalb möglich, weil das Elektron an ein Metall als Ganzem gebunden ist. Das Metallgitter nimmt bei der Wechselwirkung mit dem Elektron einen Impuls ($2\ h/\lambda$) auf. Wegen der großen Masse des Gitters im Vergleich zu der des Photons und Elektrons wird nämlich dem Elektron der Impuls - h/λ erteilt, weil die Rückstoßenergie des Gitters vernachlässigt werden kann. Somit sind Energie- und Impulserhaltungssatz erfüllt.
Wie der Comptoneffekt jedoch beweist, ist eine Wechselwirkung eines Photons mit einem freien Elektron durchaus möglich, nur kann dabei nicht einfach ein Photon vernichtet werden. Das Photon verliert Energie, damit ist die gleichzeitige Erhaltung von Gesamtimpuls und Gesamtenergie gewährleistet.

Beim Comptoneffekt führt ein Photon einen vollelastischen Stoß mit einem quasifreien Elektron durch. Dabei gibt es einen Teil seiner Energie an das Elektron ab. Das gestreute Photon hat nach dem Stoß eine geringere Energie und damit auch eine geringere Frequenz als vor dem Stoß.



Beim Fotoeffekt gibt ein Photon seine ganze Energie an ein Elektron ab und vernichtet sich dabei selbst. Dabei muss ein dritter Stoßpartner (Atomkern bzw. Gitter) vorhanden sein.
Die maximale Wellenlängenänderung ist $2 \cdot \lambda_c = 4{,}8 \cdot 10^{-12}$ m. Dies ist gegenüber der Wellenlänge von weichem Röntgenlicht, die bei 10^{-10} m liegt, so klein, dass man den Unterschied nicht messen kann.

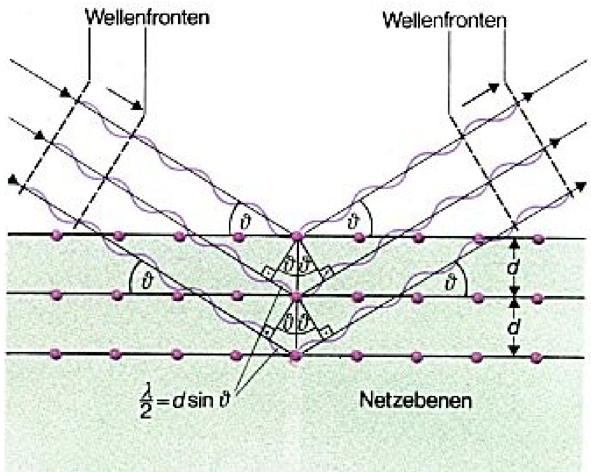
b) Die Wellenlänge harter Röntgenstrahlung misst man mit Hilfe eines Kristalls bei bekanntem Netzebenenabstand (Braggsche Reflexionsbedingung).

Trifft monochromatische Röntgenstrahlung unter verschiedenen Winkeln auf die Oberfläche eines Kristalls, dann wird sie nur bei bestimmten Einfallswinkeln, den Glanzwinkeln, stark reflektiert. Diese Glanzwinkel sind abhängig von der Wellenlänge.

Braggsche Bedingung

Für die Winkel δ_k, unter denen Röntgenstrahlung von einem Kristall reflektiert wird, gilt:

$2\,d \sin \delta_k = k \cdot \lambda$ mit $k = 0, 1, 2, ..$



c) Mit Hilfe der Beziehung $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c\,(1 - \cos \varphi)$ und der prozentualen Beziehung $\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda}$ erhält man für:

φ	0°	45°	90°	180°
Prozentuale Änderung	0 %	58,58 %	200 %	400 %

Die maximale Wellenlängenänderung ist 400 % und tritt bei einem Winkel von 180° auf.

Die Wellenlängenänderung bei sichtbarem Licht ($\lambda = 600$ nm) unter einem Winkel von 90° beträgt 0,002 nm, das sind 0,004 %.

d) Die Quanten haben eine Masse von $9{,}20339 \cdot 10^{-31}$ kg, also ungefähr die Ruhemasse eines Elektrons.

Für die Wellenlängenänderung gilt: $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c\,(1 - \cos \varphi)$
Laut Aufgabenstellung ist $\lambda = \lambda_c$ und damit ergibt sich für $\lambda' = 3\,\lambda_c$. Berechnet man die Energie, die das Quant abgegeben hat, so erhält man $W_{abgegeben} = 2/3\ h\ c/\lambda_c$. Setzt man diese Energie in Beziehung zur Anfangsenergie, so erhält man: $W_{abgegeben} / W_{Anfang} = 2/3$.

e) Im Versuch muss jeweils die Wellenlänge der eingestrahlten und der abgestrahlten Wellen gemessen werden. Der Winkel kann auf einen bestimmten Wert (meist 90°) eingestellt werden. Bekannt sein müssen die Werte für die Masse des Elektrons und der Lichtgeschwindigkeit.

2.Aufgabe:

a)Elektronen mit der relativistischen Masse die kinetische Energie
$W_{kin} = m\,c^2 - m_o\,c^2$.
Andererseits gilt: $W_{kin} = e\,U$

Für die relativistische Massebeziehung gilt: $$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Formt man um und löst dann nach v auf, so erhält man:

$$v = c\sqrt{1 - \left(\frac{m_0\,c^2}{e\,U + m_0\,c^2}\right)^2}$$

Setzt man die angegebenen Werte ein, so ergibt sich: v = 2,863·m/s.

Die prozentuale Abweichung ist dann:

$$\frac{3 \cdot 10^8 - 2{,}863 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} \approx 4{,}6\%$$

Die Elektronengeschwindigkeit unterscheidet sich von der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit um ca. 4,6 %.

b)Der relativistische Impuls ist:

$$p = m\,v = \frac{m_0\,v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 8{,}73 \cdot 10^{-22}\ Ns$$

c)Die DE-BROGLIE-Wellenlänge ergibt sich aus:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J\,s}{8{,}73 \cdot 10^{-22}\ N\,s} \approx 7{,}6 \cdot 10^{-13}\ m$$

d) $$\lambda = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ Js}{\sqrt{\left(\frac{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ C\ 11{,}2 \cdot 10^6\ V}{3 \cdot 10^8\ \frac{m}{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 1{,}2 \cdot 10^6\ V}} \approx 7{,}6 \cdot 10^{-13}\ m$$

e)Klassisch gilt: $\frac{1}{2} m_0 v^2 = e U \quad und \quad p_{klassisch} = m_0 v$

Damit erhält man: $\lambda_{klassisch} = \frac{h}{\lambda_{klassisch}} = \frac{\lambda}{\sqrt{2 m_0 e U}} = 11{,}2 \cdot 10^{-13} \; m$

d.h. ein rund 50% zu großes Ergebnis.

3.Aufgabe:

a) und b)

b)

Das Röntgenspektrum besteht aus zwei sich überlagernden Spektren. Dieses sind
1. **Das Bremsspektrum** und
2. **das charakteristische Spektrum**

Das Bremsspektrum

Das Bremsspektrum entsteht durch das Aussenden von elektromagnetischer Strahlung beim Abbremsen der Elektronen in der Anode. Da die Elektronen ihre Energie kontinuierlich abgeben können, entsteht eine Verteilung dieser Strahlung. Hier gibt es eine maximale Frequenz der Strahlung, nämlich dann, wenn die Energie des beschleunigten Elektrons auf einmal abgegeben wird.

Das charakteristische Spektrum

Durch Beschuss mit schnellen, energiereichen Elektronen lassen sich *gebundene Elektronen* aus dem Inneren der *Atomhülle* herausschla-gen.
Die verbleibenden Elektronen der Atomhülle füllen die entstandene "Lücke" nachfolgend auf und senden dabei elektromagnetische Strah-lung aus, deren Energie gerade der Energiedifferenz zwischen ihrem ursprünglichen Zustand und dem nun eingenommenen Zustand entspricht.
Die freiwerdende elektromagnetische Strahlung wird nach ihrem Entdecker Wilhelm Röntgen *Röntgenstrahlung* genannt. Die Linien im *Röntgenspektrum* zeigen, dass die Energie der gebundenen Elektronen nur bestimmte Werte einnimmt, also "*diskret*" ist.

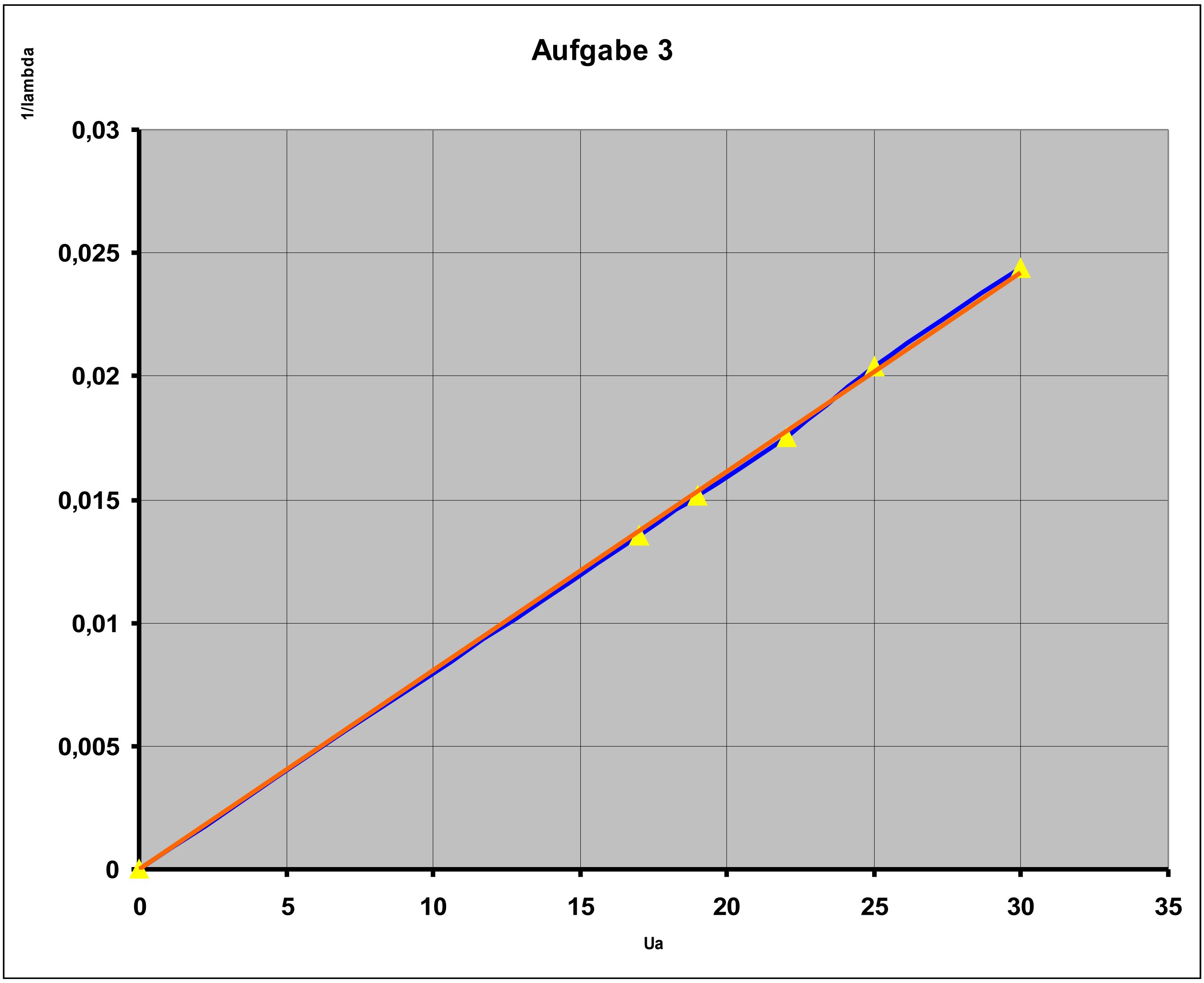
Beim Fotoeffekt werden Elektronen durch Bestrahlung mit energiereichem Licht aus einem Metall ausgelöst. Bei der Röntgenstrahlung werden Elektronen abgebremst, diese Energie wird in energiereiche Strahlung (Röntgenstrahlung) umgesetzt.

Wird die gesamte Energie der Elektronen auf einmal abgegeben, so ist dies die maximale Energieabgabe. Dazu gehört entsprechend die maximale Frequenz bzw. die minimale Wellenlänge.

c) Die Vermutung ist U_a/f_{max} ist konstant, dieses erkennt man aus der Tabelle

U_a in 10^3 V	λ_{min} in pm	$U_a \cdot \lambda_{min}$ in 10^{-6} V m
30	41	1,23
25	49	1,23
22	57	1,25
19	66	1,25
17	74	1,26

Der Mittelwert der letzten Spalte ist 1,24·10-6 V m



Die Berechnung der Planckschen Konstante ergibt:

$$h = \frac{e\,U_a\,\lambda_{\min}}{c} = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\ J\,s$$

d)

1)+2)

ϑ	sin ϑ	λ_{min} in pm	U_a in 10^3 V	$U_a \cdot \lambda_{min}$ in 10^3 V pm	h in 10^{-34} J s
8	**0,1392**	**56,0**	**20,20**	**1.131**	**6,04**
9	**0,1564**	**62,9**	**17,60**	**1.107**	**5,91**
10	**0,1736**	**69,8**	**16,40**	**1.145**	**6,11**
11	**0,1908**	**76,7**	**1,20**	**1.166**	**6,23**
12	**0,2079**	**83,6**	**14,00**	**1.170**	**6,25**
13	**0,2250**	**90,5**	**13,20**	**1.195**	**6,38**
14	**0,2419**	**97,2**	**12,20**	**1.186**	**6,33**
15	**0,2588**	**104,0**	**11,30**	**1.175**	**6,27**

Der Mittelwert ist: $h = 6{,}19 \cdot 10^{-34}$ J s

Die Winkelablesung ist ungenau (angenommen: $\Delta\vartheta = \pm 0{,}5^0$, ebenso die Spannungsablesung ($\Delta U = \pm 100$ V). Die Winkelablesung beeinflusst das Ergebnis stärker als die Unsicherheit bei der Spannung.