

Aufgaben: Kernphysik – ausgegeben am 21.11.2011

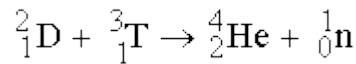
1. Aufgabe: Mittlere Bindungsenergie pro Nukleon

Eine wichtige Größe bei Überlegungen zur Energiegewinnung durch Fusions- bzw. Spaltprozesse ist die mittlere Bindungsenergie pro Nukleon.

a) Berechnen Sie die mittlere Bindungsenergie E_B/A pro Nukleon für das Isotop ^{56}Fe .

b) Stellen Sie in einem Diagramm den Verlauf der mittleren Bindungsenergie pro Nukleon in Abhängigkeit von der Massenzahl A qualitativ dar ($0 < A < 250$). Erklären Sie damit den scheinbaren Widerspruch, dass es sowohl durch Kernspaltung als auch durch Kernfusion möglich ist, Energie freizusetzen.

2. Aufgabe: Fusionsreaktor



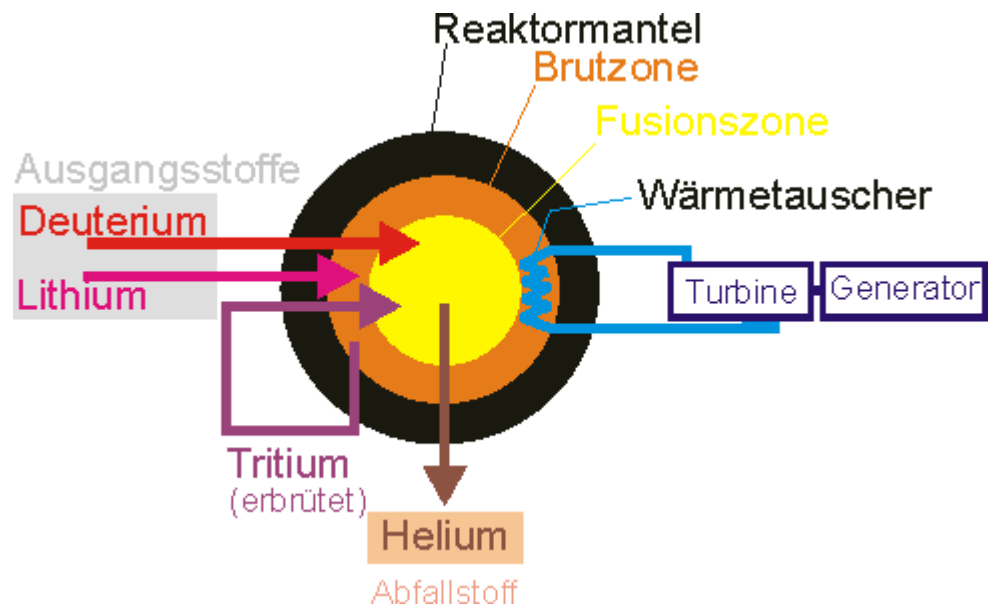
In einem zukünftigen Fusionsreaktor soll die Reaktion zur Energiegewinnung genutzt werden. Bei diesem Prozess werden 80% der frei gesetzten Energie in kinetische Energie der Neutronen umgesetzt.

Verwenden Sie für die nachfolgenden Rechnungen die nebenstehenden Atommassen:

Nuklid	Atommasse
Deuterium (${}^2_1\text{D}$)	2,014102 u
Tritium (${}^3_1\text{T}$)	3,016049 u
Helium (${}^4_2\text{He}$)	4,002603 u
Lithium-7 (${}^7_3\text{Li}$)	7,016000 u
Neutron (${}^1_0\text{n}$)	1,008665 u

a) Berechnen Sie die kinetische Energie eines Neutrons! Ergebnis: $E_{\text{kin}} = 2,26 \cdot 10^{-12} \text{ J}$

Das Bild zeigt das vereinfachte Schema dieses zukünftigen Fusionsreaktors. Im Inneren findet der angegebene Fusionsprozess statt. Die Neutronen gelangen in die Brutzone und werden abgebremst. Die entstehende Wärme wird über einen Wärmetauscher die Turbine weiter gegeben. An die Turbine ein Generator gekoppelt.



b) Begründen Sie, dass für den Reaktionsvorgang im Innern des Reaktors eine sehr hohe Temperatur erforderlich ist!

Zum Ablauf der Reaktion müssen sich das Deuteriumatom und das Tritiumatom auf eine Entfernung von $r = 5 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ annähern. Berechnen Sie die dazu notwendige Temperatur unter der stark vereinfachten Annahme, dass beide Atome beim zentralen Stoß die mittlere kinetische Energie eines Gasatoms abgeben.

Anmerkung:

Die gemachte Näherung ist sehr grob. In Wirklichkeit wird bei einem Stoß unterschiedlich schwerer Atome

weniger als die Summe beider Energien übertragen. Außerdem haben die Gasatome eine Geschwindigkeitsverteilung, so dass schon bei geringeren Temperaturen als der zu berechnenden Annäherungen der obigen Art vorkommen können.

Der Betrieb eines Kraftwerkes soll mit dem beschriebenen Fusionsreaktor erfolgen. Die elektrische Leistung des Kraftwerkes betrage $P = 1000 \text{ MW}$. Die Turbine des Kraftwerkes hat den thermischen Wirkungsgrad $\eta = 35\%$.

c) Geben Sie die Anzahl der Fusionsvorgänge an, die nach einjähriger Betriebsdauer im Reaktor stattfinden! Ergebnis: $N \approx 4,0 \cdot 10^{28}$

d) Berechnen Sie die Masse Deuterium, die für einen einjährigen Betrieb des Kraftwerkes benötigt wird! In der Brutzone findet neben dem Wärmeaustausch das Erbrüten des zweiten Ausgangsproduktes Tritium

statt. Dazu wird in die Brutzone Lithium eingebracht. Die Lithiumkerne ${}^7_3\text{Li}$ werden von den aus dem Zentrum kommenden Neutronen getroffen. Dabei entstehen Tritium und Helium.

e) Stellen Sie die Reaktionsgleichung auf!

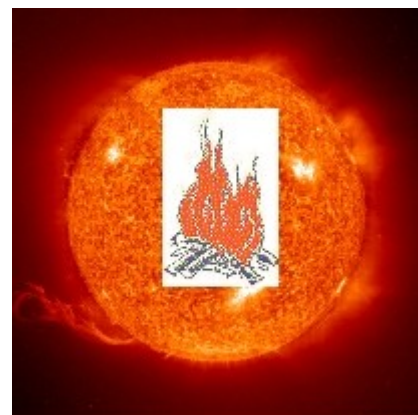
f) Berechnen Sie die Masse Lithium, die für einen einjährigen Betrieb des Kraftwerkes benötigt wird!

3.Aufgabe: Fossile Feuerung auf der Sonne

Die Solarkonstante (auf der Erde) ist $S = 1,36 \text{ kW/m}^2$.

a) Rechnen Sie mit Hilfe der Daten der Formelsammlung die von der Sonne abgestrahlte Leistung (Leuchtkraft) aus.

b) Jemand behauptet die von der Sonne abgestrahlte Energie kommt durch fossile Feuerung (Heizwert 30 MJ/kg) zustande. Schätzen Sie ab, wie lange die Sonne unter dieser Annahme ihre gegenwärtige Strahlungsleistung noch aufrechterhalten könnte (sehen Sie vom Problem des für die Verbrennung notwendigen Sauerstoffs ab) und zeigen Sie dass diese Zeitdauer im krassen Widerspruch von einer noch zu erwartenden Lebensdauer der Sonne von mehreren Milliarden Jahren steht.



4.Aufgabe: Zerfallsgesetze und Zerfallsreihen

Das Nuklid ${}^{220}_{86}\text{Rn}$ ist ein natürlich vorkommendes radioaktives Gas.

a) Zu welcher Zerfallsreihe gehört ${}^{220}_{86}\text{Rn}$?

Zeigen Sie, dass dieses Nuklid zu keiner anderen Zerfallsreihe gehören kann.

b) Die Halbwertszeit von ${}^{220}_{86}\text{Rn}$ soll mit Hilfe einer Ionisationskammer untersucht werden. Fertigen Sie eine beschriftete Skizze des Versuchsaufbaus an, und beschreiben Sie kurz die Versuchsdurchführung

${}^{220}_{86}\text{Rn}$ zerfällt mit einer Halbwertszeit von 56 s zu ${}^{216}_{84}\text{Po}$.

c) ${}^{216}_{84}\text{Po}$ zerfällt weiter mit den angegebenen Halbwertszeiten: ${}^{216}_{84}\text{Po} \xrightarrow{0,15\text{s}} {}^{212}_{82}\text{Pb} \xrightarrow{11\text{h}} {}^{212}_{83}\text{Bi}$

Erläutern Sie kurz, welchen Einfluss diese beiden Zerfälle auf den Ionisationsstrom (vgl. Versuch in Teilaufgabe 1b) haben.

c) Zu welcher Zeit nach dem Einbringen des Gases in die Kammer ist die Zahl der unzerfallenen

${}^{220}_{86}\text{Rn}$ -Atome ein Fünftel der Anzahl der bereits zerfallenen ${}^{220}_{86}\text{Rn}$ -Atome?

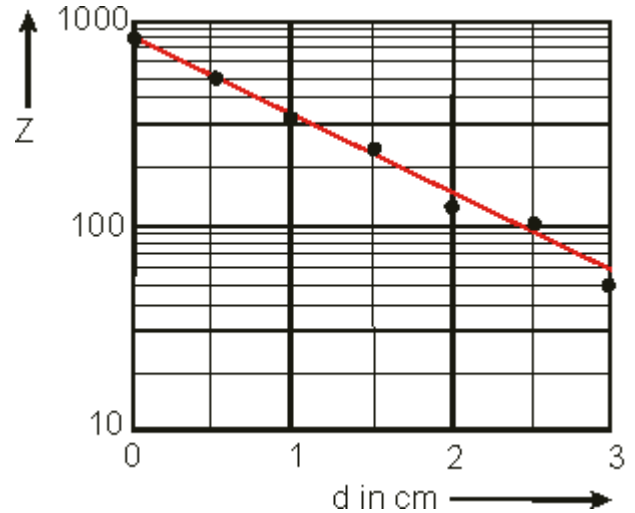
5. Aufgabe: Schwächung von Gammastrahlung durch Absorption

^{54}Mn sendet beim Zerfall auch Gammastrahlung der Energie $E_\gamma = 835\text{keV}$ aus.

a) Skizzieren Sie den Aufbau eines Versuchs, mit dem die Absorption der Gammastrahlung durch Blei in Abhängigkeit von der Absorberdicke gemessen werden kann, und beschreiben Sie kurz das Funktionsprinzip des verwendeten Gammadetektors.

b) Das nebenstehende Diagramm zeigt das Ergebnis einer Messung mit einem Bleiabsorber. Dabei ist d die Bleidicke und Z die Zahl der gemessenen Impulse während einer jeweiligen Messzeit von 100 s. Die Nullrate ist bereits abgezogen.

Die Darstellung der Messergebnisse auf einfachlogarithmischem Papier ergibt eine Gerade. Zeigen Sie allgemein, dass dies auf ein exponentielles Absorptionsgesetz schließen lässt.



Ein Grund für die Absorption der Strahlung ist die Compton-Streuung.

c) Wie muss die Compton-Streuung stattfinden, damit der Energieunterschied zwischen einfallendem γ -Quant und gestreutem γ -Quant maximal ist?

d) Zeigen Sie, dass im Fall der Teilaufgabe c) der Energieunterschied 639keV beträgt, und berechnen Sie die relativistische Masse des gestoßenen Elektrons.

6. Aufgabe: Kernreaktionen

In einer Nebelkammer werden ruhende ^{19}F -Atome mit Protonen beschossen. Bei der Absorption eines Protons durch einen ^{19}F -Atomkern wird ein α -Teilchen emittiert.

a) Geben Sie die Reaktionsgleichung an und berechnen Sie die bei der Reaktion frei werdende Energie Q . [zur Kontrolle: $Q = 8,115\text{ MeV}$]

Bei einer dieser Reaktionen beobachtet man einen rechten Winkel zwischen der Bahn des einfallenden Protons und der des emittierten α -Teilchens. Aus der Reichweite des α -Teilchens kann man dabei auf eine kinetische Energie $E_\alpha = 8,5\text{ MeV}$ schließen. Die kinetische Energie E_p des einfallenden Protons ist zunächst unbekannt.

b) Stellen Sie qualitativ die bei dieser Reaktion auftretenden Impulse vektoriell dar und zeigen Sie unter Verwendung des nicht-relativistischen Energie-Impuls-Zusammenhangs, dass für die kinetische Energie E_R

$$E_R = \frac{E_p \cdot m_p + E_\alpha \cdot m_\alpha}{m_R}$$

des Restkerns gilt:

m_p , m_α und m_R bedeuten die Massen von Proton, α -Teilchen und Restkern.

c) Formulieren Sie den Zusammenhang zwischen den kinetischen Energien vor und nach der Reaktion und berechnen Sie den Wert von E_p . [zur Kontrolle: $E_p = 2,7\text{ MeV}$]

d) Berechnen Sie den Winkel δ zwischen der Richtung des einfallenden Protons und der Bahn des Restkerns nach der Reaktion.

7. Aufgabe: Der Beta-Zerfall

Der Beta-Zerfall tritt in drei verschiedenen Formen auf β^- -Zerfall, β^+ -Zerfall und K-Einfang. Was beobachtet man jeweils, und was geht dabei im Atom vor?

Der Kern des Niobatoms ^{95}Nb emittiert beim Zerfall β^- -Teilchen mit 159 keV maximaler kinetischer Energie. Der Tochterkern befindet sich zunächst in einem angeregten Zustand von 766 keV, der sehr schnell in den Grundzustand übergeht, Die Anregungsenergie wird in den meisten Fällen durch Emission eines Gammaquants abgebaut.

b) Geben Sie die vollständige Zerfallsgleichung für ^{95}Nb an, und zeichnen Sie ein Energieniveauschema für den Zerfallsprozess.

c) Berechnen Sie die Differenz der Atommassen von ^{95}Nb und dem Zerfallsprodukt. Die Rückstoßenergie des Tochterkerns ist zu vernachlässigen.

Mitunter kommt es vor, dass die Kernanregungsenergie direkt auf ein Elektron aus der K-Schale des Tochteratoms übertragen wird. Dieser Vorgang heißt Konversion (innere Umwandlung der Kernanregung); die dabei ausgesandten Elektronen nennt man Konversionselektronen.

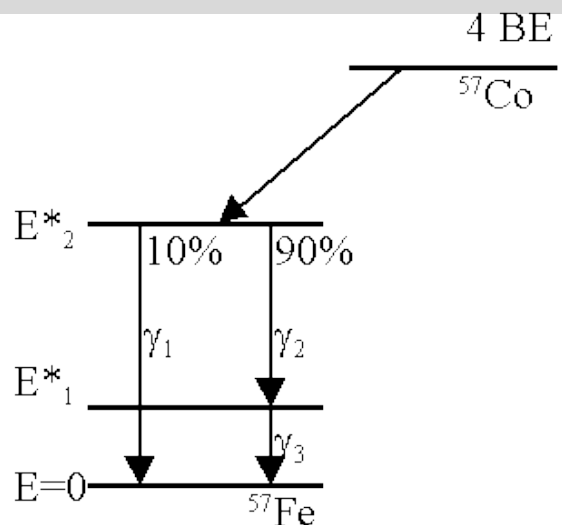
d) Die Bindungsenergie eines K-Elektrons in Molybdän beträgt 20 keV. Geben Sie die kinetische Energie der Konversionselektronen an, und skizzieren Sie qualitativ das gesamte Energiespektrum der beim Zerfall von ^{95}Nb ausgesandten Elektronen.

e) Das Auftreten der Konversion äußert sich auch durch eine sekundäre Strahlung. Wie kommt diese zustande? Berechnen Sie die Energie eines charakteristischen Strahlungsquants.

8.Aufgabe: Kobalt-57-Zerfall

Das Isotop ^{57}Co zerfällt mit einer Halbwertszeit von 272d durch K-Einfang und nachfolgende Emission von Gammastrahlung in das stabile Isotop ^{57}Fe . Die möglichen Zerfallswege und ihre relativen Häufigkeiten sind im nebenstehenden Termschema vereinfacht dargestellt. Die Wellenlängen der emittierten Photonen γ_1 und γ_2 sind

$$\lambda_1 = 9,12 \cdot 10^{-12} \text{ m bzw. } \lambda_2 = 1,02 \cdot 10^{-11} \text{ m.}$$



a) Berechnen Sie die beiden Anregungsenergien E_1^* und E_2^* des ^{57}Fe -Kerns und die Wellenlänge λ_3 des dritten Photons γ_3 .

b) Stellen Sie die Gleichung des Zerfalls von ^{57}Co auf. Beschreiben Sie qualitativ die Vorgänge, die sich im Kern und in der Atomhülle abspielen.

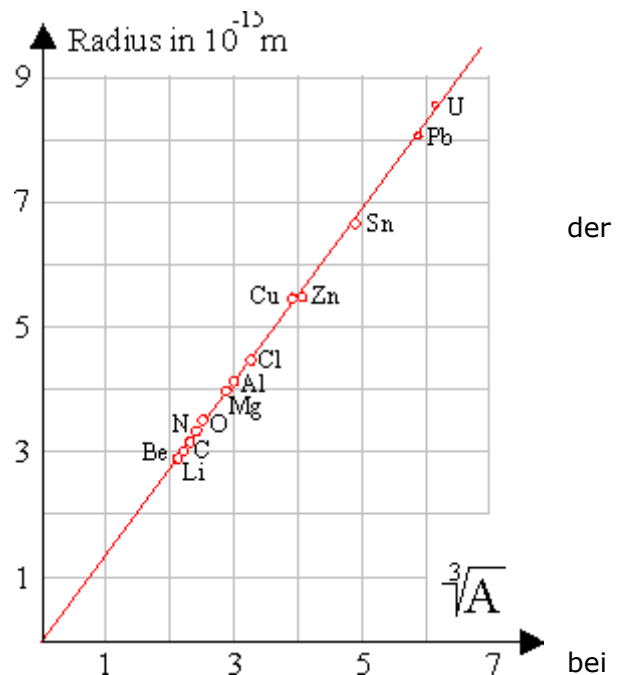
c) Berechnen Sie die gesamte freiwerdende Energie (Q-Wert) bei einem Zerfallsereignis. Auf welche drei Strahlungsarten verteilt sich diese Energie?

d) Ein 480 Tage altes ^{57}Co -Präparat wird mit einem Gammadetektor untersucht. Dieser registriert je Minute $5,3 \cdot 10^5$ Quanten der Wellenlänge λ_1 wobei nur 0,27 % der vom Präparat bei dieser Wellenlänge emittierten Photonen nachgewiesen werden. Die Nullrate ist vernachlässigbar. Berechnen Sie die Aktivität des Präparats zum Zeitpunkt der Messung sowie die gesamte Masse an ^{57}Co , die das Präparat bei der Herstellung enthielt.

9. Aufgabe: Kernradius: Elastische Neutronenstreuung

Werden Neutronen elastisch an Kernen gestreut, so kann man aus der Streuverteilung Rückschlüsse auf den Kernradius ziehen.

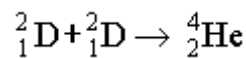
- a) Berechnen Sie die de-Broglie-Wellenlänge von Neutronen mit der kinetischen Energie von 15 MeV.
- b) Unter welchem Winkel ist das erste Beugungsminimum "Neutronenwelle" zu erwarten, wenn sie an einem Goldkern mit dem Radius $8 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ gebeugt wird?
- c) In der nebenstehenden Abbildung sind die Versuchsergebnisse bei der elastischen Neutronenstreuung an verschiedenen Kernen dargestellt. Welcher Zusammenhang lässt sich daraus zwischen dem Kernradius und der Massezahl A herstellen?



10. Aufgabe: Relativer Massendefekt

a) Der Heizwert von fossilen Brennstoffen ist ca. $H = 30 \text{ MJ/kg}$. Berechnen Sie den relativen Massendefekt $\Delta m/m$ der Verbrennung von 1 kg fossilen Brennstoffs (z.B. Kohle).

b) Berechnen Sie den relativen Massendefekt bei der Verschmelzung von zwei Deuterium-Kernen zu einem He-4-Kern, nach der Reaktionsgleichung:



c) Welche Energie wird frei, wenn man 1 kg Deuterium zu Helium verschmilzt?

d) Wie viel Kilogramm Kohle müsste man verheizen, um die gleiche Energie wie bei Teilaufgabe c) zu "gewinnen"?

11. Aufgabe: Alter von Gletschereis

Bei Bohrungen in Gletscher- bzw. Grönlandeis werden Eisproben aus Schichten verschiedener Tiefe entnommen. Ihr Alter lässt sich mit Hilfe ihres Tritiumgehalts bestimmen.

Das Nuklid Tritium ${}^3\text{H}$ ist in der Atmosphäre auf Grund fehlender natürlicher Erzeugungsprozesse fast nicht vorhanden. In den 60-er Jahren wurde es jedoch durch Kernwaffentests in höherem Maße freigesetzt. ${}^3\text{H}$ ist radioaktiv ($T_{1/2} = 12,3 \text{ a}$) und geht durch β^- -Zerfall in das stabile Edelgasisotop ${}^3\text{He}$ über.

Das Zerfallsprodukt kann das Eis nicht verlassen und reichert sich darin an. Daher kann zur Altersbestimmung der Proben das Anzahlverhältnis von Mutter- und Tochterkernen des Tritiumzerfalls verwendet werden.

a) Gehen Sie zunächst davon aus, dass zum Zeitpunkt des Tritumeinschlusses kein ${}^3\text{He}$ im Eis vorhanden war. Weisen Sie nach, dass dann für das Anzahlverhältnis k von Mutter- zu Tochterkernen

$$k = \frac{1}{e^{\lambda \cdot t} - 1}$$

gilt, wobei λ die Zerfallskonstante für Tritium ist. Welches Alter ergibt sich für eine Eisprobe, bei der $k = 0,14$ gemessen wird?

b) Ist das tatsächliche Alter der Probe größer oder kleiner als der berechnete Wert, wenn die zum Zeitpunkt der Entstehung der Probe bestehende ^3He -Konzentration nicht vernachlässigbar ist? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Nennen Sie zwei Gründe, warum die Tritiummethode zur Altersbestimmung von Eisschichten, die deutlich älter als 40 Jahre sind, nicht geeignet ist.

12.Aufgabe: Absorption von Gammastrahlen

Mit der von ^{137}Cs emittierten Gammastrahlung werden Absorptionsmessungen an Bleiplatten verschiedener Dicke durchgeführt. Mit nebenstehender Versuchsanordnung erhält man für die Zählrate Z in Abhängigkeit von der Absorberdicke d folgende Tabelle; die Zählraten sind bereits um die Nullrate vermindert.

d in cm	0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
Z in min^{-1}	8575	6342	4675	3451	2560	1896

a) Erklären Sie anhand einer ausführlich beschrifteten Skizze den Aufbau und die Funktionsweise eines im Auslösebereich arbeitenden Zählrohrs.

b) Zeichnen Sie ein d-Z-Diagramm ($0,1 \text{ cm} \hat{=} 1 \text{ cm}$; $10^3 \text{ min}^{-1} \hat{=} 1 \text{ cm}$), und entnehmen Sie diesem einen Näherungswert für die Halbwertsdicke von Blei für die betrachtete Strahlung.

c) Zeigen Sie, wie man aus zwei beliebigen Wertepaaren ($d_1 | Z_1$) und ($d_2 | Z_2$) den Absorptionskoeffizient m berechnen kann.

d) In der Praxis wird der Absorptionskoeffizient m üblicherweise graphisch bestimmt. Erläutern Sie eine solche Methode. Welchen Vorteil bietet sie gegenüber der in Teilaufgabe 1c beschriebenen Methode?

e) Betrachten Sie nun die gezeichnete Versuchsanordnung ohne Absorber ($d = 0$). Der Abstand zwischen Präparat und Zählrohr beträgt $s = 10 \text{ cm}$. Die Frontfläche des Zählrohrs beträgt $1,5 \text{ cm}^2$. Auf diese Fläche auftreffende Gammaquanten lösen mit einer Wahrscheinlichkeit von 2,5% einen Zählimpuls aus, ferner treten nur in 84% aller Zerfälle von ^{137}Cs Gammaquanten auf. Berechnen Sie, wie groß die Aktivität der verwendeten Strahlungsquelle in Bq ist.

12.Aufgabe: Positronen-Emissions-Tomographie

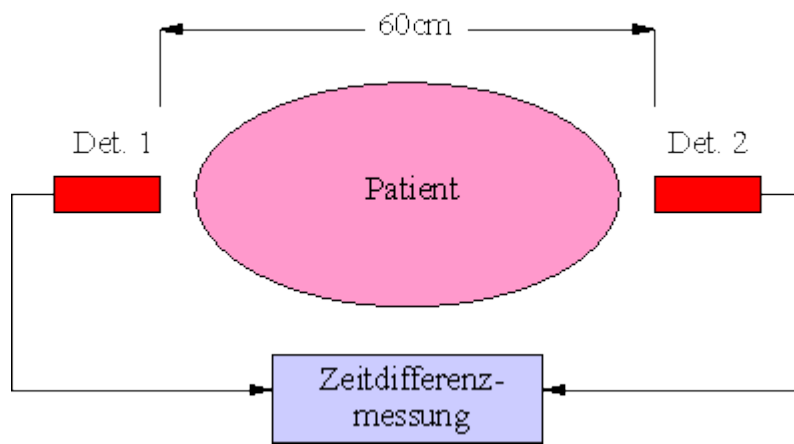
Ein diagnostisches Verfahren der Nuklearmedizin ist die sogenannte Positronen-Emissions-Tomographie (PET). Hierfür benötigt man künstlich erzeugte β^+ -Strahler mit nicht zu langer Halbwertszeit, die leicht in geeignete Trägersubstanzen ("Tracer") eingebaut werden können. Diese Eigenschaften besitzt Kohlenstoff-Isoisotop ^{11}C - dessen Atommasse $11,011433 \text{ u}$ beträgt.

^{11}C lässt sich durch Bestrahlung von ruhenden ^{14}N -Atomen mit Protonen der Geschwindigkeit $v_p = 2,8 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ erzeugen. Für die beiden folgenden Teilaufgaben genügt eine nicht-relativistische Rechnung.

a) Stellen Sie die Gleichung dieser Kernreaktion auf und begründen Sie durch eine Energiebetrachtung, dass Protonen der Geschwindigkeit v_p für die Erzeugung von ^{11}C aus ^{14}N geeignet sind.

b) Die Protonen zur Produktion von ^{11}C sollen in einem Zyklotron auf die Geschwindigkeit v_p beschleunigt werden. Die magnetische Flussdichte im Zyklotron beträgt $1,0 \text{ T}$. Berechnen Sie die Umlauffrequenz der Protonen im Zyklotron und den maximalen Bahnradius.

Das erzeugte ^{11}C wird chemisch aufbereitet und dem zu untersuchenden Patienten verabreicht. Bei den meisten Zerfällen von ^{11}C entstehen Positronen, die innerhalb einer Strecke von wenigen Millimetern vollständig abgebremst werden.



c) Geben Sie die Zerfallsgleichung für den β^+ -Zerfall von ^{11}C an und zeigen Sie, dass dieser Zerfall energetisch möglich ist.

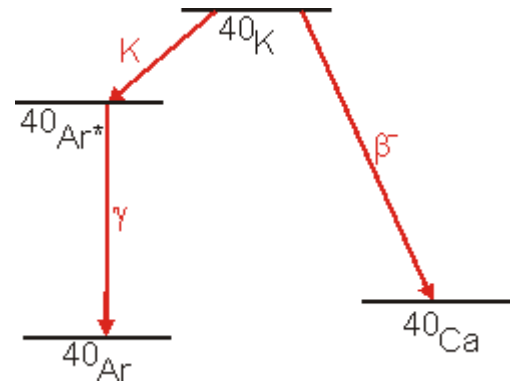
d) Das abgebremste Positron reagiert mit einem Elektron aus der Umgebung, wobei die Teilchen in zwei Photonen zerstrahlen. Berechnen Sie deren Wellenlänge und begründen Sie, warum der Zerfall in ein einziges Photon ausgeschlossen ist.

e) In der nebenstehenden Anordnung treffen die beiden Photonen aus der Vernichtung eines Elektron-Positron-Paares auf zwei geeignete Detektoren im Abstand 60 cm (siehe Skizze). Detektor 1 spricht um 0,80 ns später an als Detektor 2. Bestimmen Sie den Zerfallsort und geben Sie ihn eindeutig an. Begründen Sie kurz ihr Vorgehen.

f) Welche andere Umwandlung eines ^{11}C -Atoms in ^{11}B ist neben dem β^+ -Zerfall noch möglich? Beschreiben Sie diese Umwandlung und geben Sie die zugehörige Reaktionsgleichung an. Welche ionisierende Strahlung tritt dabei auf?

13. Aufgabe: Zerfall des Radionuklids K-40

Das in natürlichem Kalium vorkommende ^{40}K zerfällt mit einer Halbwertszeit von $1,28 \cdot 10^9$ a. Der Zerfall erfolgt mit einer Wahrscheinlichkeit von 89,5% durch β^- in das stabile ^{40}Ca und mit einer Wahrscheinlichkeit von 10,5% durch K-Einfang in ^{40}Ar (siehe Zerfallsdiagramm). Die Atommasse von ^{40}K ist 39,963999 u.



a) Geben Sie für den β^- -Zerfall die Zerfallsgleichung an und berechnen Sie die Zerfallsenergie Q .
[zur Kontrolle: $Q = 1,312$ MeV]

Der beim K-Einfang zunächst angeregte Kern geht durch Emission eines γ -Quants mit einer Energie von 1,461 MeV in den Grundzustand über. Neben der γ -Strahlung beobachtet man beim K-Einfang zusätzlich Röntgenstrahlung im Energiebereich von wenigen keV.

b) Beschreiben Sie die beim K-Einfang im Atomkern und in der Atomhülle ablaufenden Vorgänge.

c) Bestimmen Sie Wellenlänge und Energie der K_α -Linie der begleitenden Röntgenstrahlung. [Zur Kontrolle: $E_{K\alpha} = 2,95$ keV]

d) Zeigen Sie, dass das emittierte γ -Quant und das Röntgenphoton zusammen 97,3% der beim K-Einfang insgesamt freigesetzten Energie repräsentieren. Wie wird die restliche Energie abgegeben?

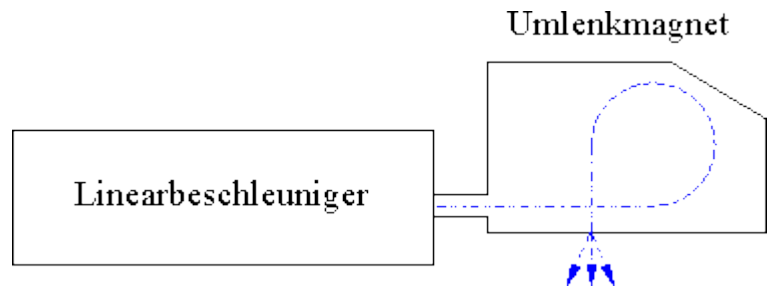
Kalium ist für die Muskel- und Nerventätigkeit lebensnotwendig; deshalb sind im menschlichen Körper 2,0 g Kalium pro kg Körpermasse vorhanden. Natürliches Kalium besteht vorwiegend aus den stabilen Nukliden ^{39}K und ^{41}K . Obwohl nur 0,0117% der Atome dieses chemischen Elementes dem radioaktiven ^{40}K zuzuordnen sind, trägt das Nuklid wesentlich zur natürlichen inneren Strahlenbelastung eines Menschen bei.

e) Welcher durchschnittliche Energiebetrag wird als Folge der bei einem ^{40}K Zerfall auftretenden Strahlung im Körpergewebe absorbiert? Gehen Sie davon aus, dass die mittlere Energie beim β^- -Zerfall emittierten Elektronen nur etwa 40% des Maximalwertes beträgt und dass die Energie der als Folge des K-Einfang emittierten Photonen etwa zur Hälfte aus dem Organismus entweicht. [Zur Kontrolle: $\bar{E} = 0,55$ MeV]

f) Berechnen Sie für einen Menschen der Masse $m = 70$ kg die Aktivität des im Körper enthaltenen ^{40}K und damit die jährliche Äquivalentdosis (in mSv), die von ^{40}K im menschlichen Körper verursacht wird. (Der Bewertungsfaktor für die biologische Wirkung der beteiligten Strahlenarten hat den Wert 1.)

14. Aufgabe: Strahlentherapie

In der Strahlentherapie von Tumoren werden moderne Linearbeschleuniger zur Erzeugung hochenergetischer Strahlung eingesetzt. Elektronen werden dabei auf die kinetische Energie von 10,0 MeV beschleunigt und mit Hilfe eines Umlenkmagneten zur Bestrahlung auf den Tumor gelenkt.



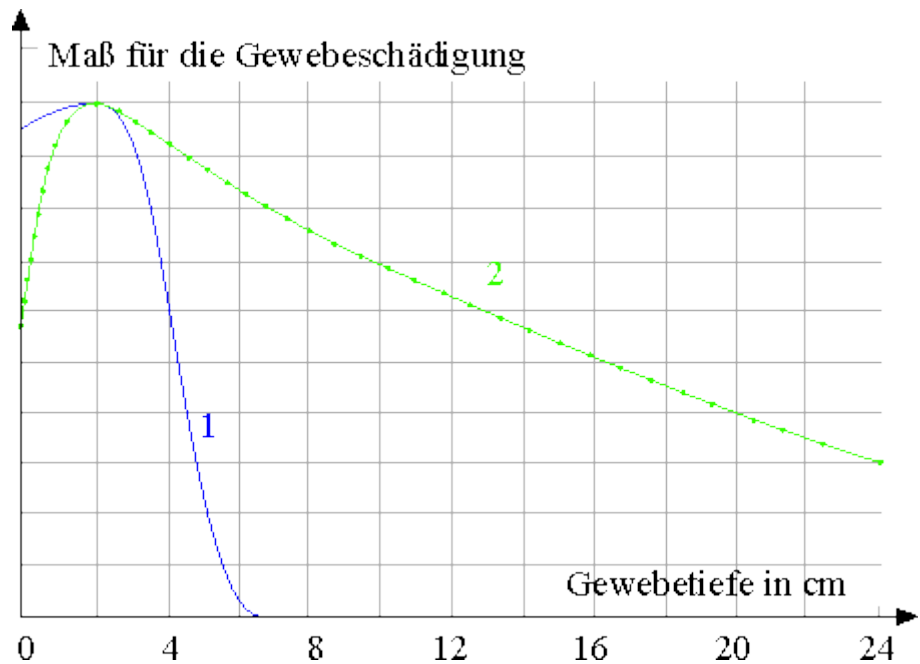
a) Bestimmen Sie die prozentuale Abweichung der Geschwindigkeit der Elektronen von der Lichtgeschwindigkeit. [zur Kontrolle: 0,118 %]

b) Schätzen Sie die magnetische Flussdichte im Umlenkmagneten ab, wenn seine geometrische Ausdehnung in der Größenordnung von 1 m liegt.

Durch das Einbringen eines metallischen Targets in den Strahlengang bei Austritt der Elektronen aus dem Umlenkmagneten können auch hochenergetische Photonen (ultraharte Röntgenstrahlung) zur Bestrahlung erzeugt werden.

c) Erläutern Sie die Entstehung dieser Photonen und bestimmen Sie eine untere Grenze für deren Wellenlänge.

Im nebenstehenden Diagramm ist ein Maß für die Gewebeschädigung in Abhängigkeit von der Gewebetiefe bei Bestrahlung mit hochenergetischen Elektronen (1) bzw. mit ultraharter Röntgenstrahlung (2) dargestellt. Die Zunahme der Gewebeschädigung bis zu einer bestimmten Tiefe bei Bestrahlung mit ultraharter Röntgenstrahlung ist im Wesentlichen auf das Auftreten von energiereichen Elektronen infolge des Comptoneffekts zurückzuführen.



d) Erläutern Sie kurz die physikalischen Vorgänge beim Comptoneffekt.

e) Berechnen Sie die maximale kinetische Energie, die ein zunächst ruhendes Elektron durch den Comptoneffekt bei einer Photonenenergie von 8,0 MeV erhalten kann.

f) Bei der Strahlentherapie wird immer auch gesundes Gewebe in Mitleidenschaft gezogen. Welche Aussagen über die therapeutische Wirksamkeit und die möglichen Nebenwirkungen der beiden Strahlungsarten lassen sich an Hand des oben stehenden Diagramms treffen?

15. Aufgabe: Altersbestimmung von Gesteinsproben

Die Kalium-Argon-Methode ist geeignet, das Alter von Gesteinsproben zu ermitteln. Beim Zerfall von ^{40}K mit der Halbwertszeit $1,28 \cdot 10^9$ a führen 10,7 % der Zerfälle zu stabilem ^{40}Ar , in den übrigen Fällen entsteht stabiles ^{40}Ca . Beim Erhitzen des Gesteins, z. B. infolge vulkanischer Tätigkeit, entweicht das enthaltene Argon. Mit dem Erstarren des Gesteins wird das ab diesem Zeitpunkt entstehende Argon eingeschlossen und die radiologische Uhr gestartet.

Bei einer Probe aus vulkanischem Gestein wird zunächst die Masse des enthaltenen ^{40}K (Atommasse $m_a = 39,96 \text{ u}$) zu $2,18 \text{ mg}$ gemessen. Anschließend extrahiert man das in der Probe enthaltene ^{40}Ar durch starkes Erhitzen und bestimmt dessen Masse zu $184 \mu\text{g}$.

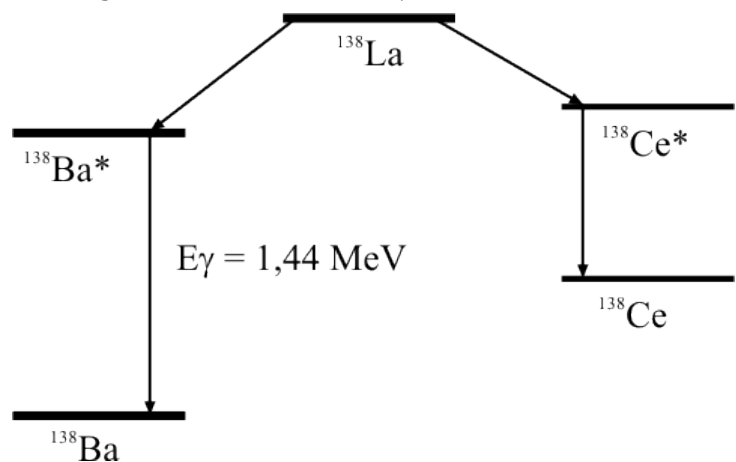
a) Welches Alter ergibt sich für die Gesteinsprobe?

b) Würde die Probe zu jung oder zu alt eingeschätzt, wenn das ^{40}Ar durch die vulkanische Tätigkeit nicht vollständig entfernt worden wäre? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Die Erdatmosphäre enthält in bekanntem Verhältnis Argon in Form der Isotope ^{36}Ar , ^{38}Ar und ^{40}Ar . Es besteht daher die Gefahr, dass die Altersbestimmung verfälscht wird, wenn das Gestein im Laufe der Zeit ^{40}Ar aus der Luft aufgenommen hat. Erklären Sie, wie sich dieses Problem durch eine massenspektroskopische Analyse des Argons aus der Probe umgehen lässt. Welche Annahme wird dabei zugrunde gelegt?

16. Aufgabe: Zerfall von Lanthan

Das Nuklid La ($m_a = 137,907106 \text{ u}$) besitzt die extrem große Halbwertszeit $T_{1/2} = 1,05 \cdot 10^{11} \text{ a}$. Bei zwei Dritteln der Zerfälle findet eine Umwandlung in ^{138}Ba statt. In den übrigen Fällen tritt als Endprodukt ^{138}Ce auf. In jedem Fall wird zunächst ein angeregter Zustand des Tochterkerns erzeugt (siehe nebenstehendes, nicht maßstabgetreues Zerfallsschema). Beschreiben Sie eine Methode, wie sich die Halbwertszeit eines so langlebigen Nuklids wie ^{138}La bestimmen lässt.



b) Um welche Zerfallsart handelt es sich bei der Umwandlung in $^{138}\text{Ce}^*$? Geben Sie die Zerfallsgleichung an.

c) Beschreiben Sie die Vorgänge, die beim Übergang von ^{138}La zu $^{138}\text{Ba}^*$ durch K-Einfang im Atom ablaufen. Erklären Sie, weshalb neben dem γ -Quant noch elektromagnetische Strahlung anderer Wellenlänge auftritt.

d) Grundsätzlich wäre statt des K-Einfangs auch ein β^+ -Zerfall zu $^{138}\text{Ba}^*$ denkbar. Zeigen Sie mit Hilfe einer Energiebilanz, dass es sich nicht um diese Zerfallsart handeln kann.

17. Aufgabe: Freie Neutronen

Um Neutronen abzubremsen, wird in Kernreaktoren oft Wasser als Moderator verwendet.

a) Warum ist Wasser zum Abbremsen von schnellen Neutronen gut geeignet?

Bei bestimmten Kernreaktoren (z. B. vom Tschernobyltyp) wird Graphit als Moderator eingesetzt.

b) Bei einem zentralen elastischen Stoß mit einem ^{12}C -Kern verliert ein Neutron etwa 29 % seiner kinetischen Energie (Nachweis nicht verlangt). Wie viele solcher Stöße sind mindestens nötig, um ein Neutron von 1 MeV auf unter 1 eV kinetischer Energie abzubremsen?

Zum Nachweis thermischer Neutronen kann ein Zählrohr dienen, das eine borhaltige Gasfüllung enthält. Der Einfang eines langsamen Neutrons durch ^{10}B führt zu einer Kernreaktion, bei der ein energiereiches α -Teilchen entsteht.

c) Geben Sie die betreffende Reaktionsgleichung an und begründen Sie, warum ein Zählrohr mit Bor-Gasfüllung gut zum Nachweis thermischer Neutronen geeignet ist.

18. Aufgabe: Dichte der Kernmaterie

a) Zeigen Sie mit Hilfe der empirisch gefundenen Formel für den Kernradius, dass die Dichte der Atomkerne - nahezu unabhängig von der Massezahl A - eine Konstante ist.

b) Berechnen Sie den ungefähren Wert der Kerndichte.



c) Ein Neutronenstern hat etwa die Dichte der Kernmaterie. Berechnen Sie den Radius eines Neutronensterns, der die Masse unserer Sonne hat und vergleichen Sie mit dem Sonnenradius.

19. Aufgabe: Alpha-Zerfall von Plutonium 238

Das Nuklid ^{238}Pu ist ein α -Strahler. Die Kerne des Tochternuklids entstehen im Grundzustand oder im ersten angeregten Zustand (Anregungsenergie 43keV), der anschließend durch Emission eines Gammaquants in den Grundzustand übergeht.

- a) Geben Sie die Gleichung des Zerfalls von ^{238}Pu an und berechnen Sie die gesamte bei einem Zerfall frei werdende Energie Q . Die benötigten Atommassen sind der Formelsammlung zu entnehmen. [zur Kontrolle: $Q = 5,59\text{MeV}$]
- b) Skizzieren Sie das Energieniveauschema für den Zerfall von ^{238}Pu und berechnen Sie die Wellenlänge der emittierten γ -Strahlung.
- c) Erstellen Sie die beschriftete Skizze einer Versuchsanordnung, mit der man das Energiespektrum der α -Teilchen mit Hilfe eines Magnetfeldes experimentell bestimmen kann. Leiten Sie (nichtrelativistisch) eine Beziehung für die kinetische Energie der α -Teilchen in Abhängigkeit von Messgrößen und Naturkonstanten her.
- d) Die Messung ergibt, dass die maximale kinetische Energie der α -Teilchen 5,50MeV beträgt. Dieser Wert unterscheidet sich deutlich vom Q -Wert aus Teilaufgabe 1a. Zeigen Sie durch eine nichtrelativistische Rechnung, dass der Rückstoß des Zerfallsproduktes für diese Energiedifferenz verantwortlich ist.
- e) Auch das Tochternuklid des ^{238}Pu und mehrere Zerfallsprodukte des Tochternuklids sind instabil. Welches Nuklid ist das stabile Endprodukt? Wie viele α -Zerfälle und wie viele β -Zerfälle erfolgen insgesamt?

Modellvorstellung vom Alphazerfall von ^{238}Pu

Zunächst soll das folgende "klassische" Modell für den Zerfall von ^{238}Pu betrachtet werden:

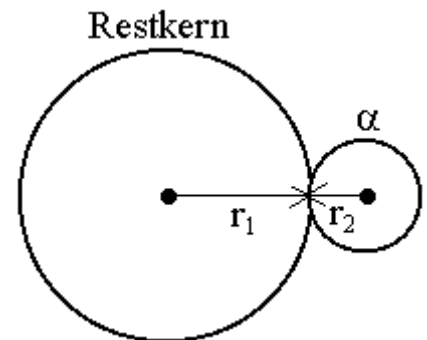
Das α -Teilchen beginnt gerade sich vom Restkern zu lösen ($v \approx 0$).

Beide Teilchen werden als kugelförmig angenommen.

f) Berechnen Sie die Kernradien und schätzen Sie die beim Auseinanderfliegen der Bruchstücke auf Grund der elektrischen Abstoßung entstehende kinetische Energie E_{kin} ab. [zur Kontrolle: $E_{\text{kin}} = 24\text{MeV}$]

Das Ergebnis von Teilaufgabe 2a widerspricht dem in Teilaufgabe 1a berechneten Q -Wert. Der Widerspruch kann mit einer quantenmechanischen Modellvorstellung erklärt werden. Erläutern Sie diese Modellvorstellung.

g) Skizzieren Sie dazu den Potentialtopf des Restkerns für α -Teilchen und machen Sie in der Skizze deutlich, wo die beiden berechneten Energiewerte erscheinen (Maßstab für die Ordinate: $5\text{MeV} \rightarrow 1\text{cm}$).



Zusatzaufgaben

12. Aufgabe: Alpha-Zerfall von P-210

Das Polonium-Isotop ^{210}Po geht durch α -Zerfall mit einer Halbwertszeit von 138d in ^{206}Pb über.

Atommassen: $^{210}\text{Po}: .209,98288\text{u}$; $^{206}\text{Pb}: 205,97447\text{u}$

- a) Ermitteln Sie die Energiebilanz (Q -Wert) des Prozesses. [zur Kontrolle: $5,4\text{MeV}$]
- b) Wie groß ist die maximale kinetische Energie des α -Teilchens, wenn man annimmt, dass der Ausgangskern ruht? (Nichtrelativistische Rechnung.) Warum können auch andere diskrete Energiewerte von α -Teilchen vorkommen?

Es liegt ein Präparat von $1,00\text{mg}$ ^{210}Po vor, das in einer gasdichten ansonsten zunächst evakuierten Kapsel mit einem Innenvolumen von 12mm^3 eingeschlossen ist.

- c) Wie groß ist die totale Wärmeabgabe des Präparats während der ersten 100 Tage, wenn die gesamte freiwerdende Energie in Wärme umgesetzt wird?
- d) Welcher Gasdruck herrscht nach 100 Tagen bei 20°C in der Kapsel, wenn alles gebildete Helium dort verbleibt?

1G.Aufgabe: Zerfall von Americium

Americium-241 ist ein α -Strahler mit einer Halbwertszeit von $4,3 \cdot 10^2$ a. Die Energie der α -Strahlung beträgt 5,48 MeV, die der dabei gleichzeitig emittierten γ -Strahlung 0,057 MeV.

a) In welcher Zerfallsreihe ist Americium-241 einzuordnen? Geben sie an, aus welchem Nuklid und durch welche Zerfallsart Americium-241 in dieser Reihe entsteht. Warum kann man es heute in natürlicher Umgebung dennoch nicht nachweisen?

b) Stellen Sie die Reaktionsgleichung des α -Zerfalls von Americium-241 auf und berechnen Sie die dabei frei werdende Energie Q. [zur Kontrolle: $Q = 5,63 \text{ MeV}$]

c) Bestimmen Sie an Hand der gegebenen Energiewerte die kinetische Energie des neben dem He-Kern entstandenen Teilchens.

Bestätigen Sie, dass näherungsweise gilt: Die kinetischen Energien der beiden Zerfallsprodukte verhalten sich umgekehrt wie ihre Massen.

40. Aufgabe: Berechnen Sie die Bindungsenergie je Nukleon für die Bildung eines Ca-40 Kerns mit einer Ruhemasse von $m = 39,96258 \text{ u}$ (Ruhemasse des Protons: $1,00759 \text{ u}$, Ruhemasse des Neutrons $1,00898 \text{ u}$)

41. Aufgabe: Zerfallsgesetz

Zur Untersuchung eines radioaktiven Präparates wurden die Impulsraten zu verschiedenen Zeiten ermittelt und daraufhin die Anzahl N der jeweils noch nicht zerfallenen Kerne berechnet. Es ergab sich folgende Messreihe:

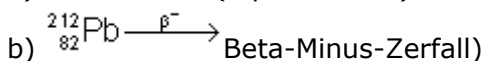
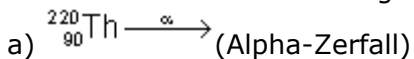
t in h	6	12	24	36	48	96	144
N	$3,04 \cdot 10^{21}$	$8,26 \cdot 10^{20}$	$7,64 \cdot 10^{19}$	$6,34 \cdot 10^{18}$	$1,00 \cdot 10^{18}$	$6,34 \cdot 10^{13}$	$1,25 \cdot 10^{10}$

a) Stellen Sie den natürlichen Logarithmus von N als Funktion der Zeit graphisch dar und ermitteln Sie die zum Zeitpunkt $t = 0$ vorhandene Anzahl von Kernen.

b) Berechnen Sie die Halbwertszeit für den dargestellten Zerfallsvorgang.

42. Aufgabe

Schreiben Sie die vollständigen Zerfallsgleichungen auf:



43. Aufgabe:

Geben Sie die Gleichungen für die Kernumwandlung an!

${}^{17}\text{N}$ Beta-Minus Strahler

${}^{62}\text{Zn}$ Elektroneneinfang

${}^{45}\text{Ca}$ Beta-Minus Strahler

${}^{229}\text{Th}$ Alpha Strahler

${}^{44}\text{Sc}$ Beta-Minus Strahler und Gamma Strahler

${}^8\text{Be}$ 2 Alpha Strahler

${}^{11}\text{C}$ Beta-Plus Strahler

44. Aufgabe:

Geben Sie für folgende Umwandlungen die Kernreaktionsgleichungen an:
Si-31 in P-31, U-238 in Th-234, Na-22 in Ne-22, Co-60 in Ni-60.