

## Aufgaben zum Thema Materiewellen – ausgegeben am 06.10.2011

**1.Aufgabe:** Bei einem Doppelspaltversuch treffen Elektronen mit der Materiewellenlänge  $\lambda = 30\text{pm}$  auf einen Doppelspalt mit dem Spaltmittenabstand  $b = 6,2\mu\text{m}$

- Berechnen Sie für die Wellenlänge  $\lambda$  nichtrelativistisch die Geschwindigkeit  $v$  der Elektronen und die erforderliche Beschleunigungsspannung, die die anfangs ruhenden Elektronen durchlaufen müssen, um diese Geschwindigkeit zu erreichen. [zur Kontrolle  $v = 2,4 \cdot 10^7 \text{m/s}$ ]
- Der Abstand zwischen Schirm und Doppelspalt beträgt  $l = 1,00\text{m}$ . Berechnen Sie den Abstand  $x$  zwischen dem 0. und 1. Interferenzmaximum.  
Die Impulsunschärfe  $\Delta p_x$  senkrecht zur Flugrichtung lässt sich mithilfe der Unschärferelation  $\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$  abschätzen. Legen Sie als Ortsunschärfe  $\Delta x$  den Spaltmittenabstand  $b$  zugrunde.
- Berechnen Sie die Impulsunschärfe  $\Delta p_x$  und die zugehörige Geschwindigkeitskomponente  $\Delta v_x$  senkrecht zur Flugrichtung. [zur Kontrolle:  $\Delta v_x \approx 1,2 \cdot 10^2 \text{ m/s}$  ]
- Um die Konsequenzen der Unschärferelation für den Fall des Doppelspalts zu veranschaulichen, soll nun ein klassisches Teilchen betrachtet werden, das am Doppelspalt die in Teilaufgabe 2c berechnete Geschwindigkeitskomponente  $\Delta v_x$  besitzt. Berechnen Sie den Abstand zwischen dem Auftreffort eines solchen Teilchens und dem Auftreffort eines Teilchens ohne eine solche Geschwindigkeitskomponente auf dem Schirm und vergleichen Sie mit den Abmessungen des Interferenzmusters.
- Der Interferenzversuch wird mit so wenigen Elektronen durchgeführt, dass die Auftreffpunkte der einzelnen Teilchen auf dem Schirm nachweisbar sind. Dabei wird der Doppelspalt dem Elektronenstrahl so kurz ausgesetzt, dass praktisch alle verwendeten Elektronen gleichzeitig durch den Doppelspalt treten. Beschreiben Sie anhand einer Skizze das zu erwartende Schirmbild.
- Nun wird der Versuch so durchgeführt, dass zwar die gleiche Elektronenzahl wie in Teilaufgabe 2e auf dem Schirm auftritt, allerdings über einen so deutlich längeren Zeitraum verteilt, dass sich im Bereich des Doppelspaltes stets nur ein Elektron befindet. Beschreiben Sie Unterschiede und Gemeinsamkeiten bei der Entstehung des zu erwartenden Schirmbilds im Vergleich zu Teilaufgabe 2e. Erläutern Sie, ob und ggf. wie sich die Schirmbilder nach Abschluss der beiden Versuche unterscheiden. Welchen Einfluss hat die Wechselwirkung der Elektronen untereinander auf das Schirmbild?
- Man kann ein ähnliches Schirmbild wie in Teilaufgabe 2e auch mit Licht erzeugen. Welche Bedingungen muss das dabei verwendete Licht erfüllen?

## 2.Aufgabe: Teilchenstahlinterferenz an Wolfram

In einer evakuierten Röhre trifft ein fein gebündelter Strahl von Elektronen der kinetischen Energie  $150 \text{keV}$  senkrecht auf eine dünne Schicht aus polykristallinem Wolfram. Auf einem im Abstand  $20,0 \text{cm}$  dahinter stehenden Schirm beobachtet man einen zentralen Leuchtpunkt und als Beugungsfiguren mehrere Kreise. Der Durchmesser des innersten Kreises beträgt  $5,3 \text{mm}$ .

- Berechnen Sie relativistisch die den Elektronen zugeordnete de-Broglie-Wellenlänge  $\lambda$ .
- Berechnen Sie den Netzebenenabstand, der aus den gegebenen Daten resultiert.
- Auf dem Leuchtschirm entstehen auch Kreise, die sich nicht als Beugungsfiguren höherer Ordnung deuten lassen. Erklären Sie deren Zustandekommen.

## 3.Aufgabe: Elektronenbeugungsröhre

- Beschreiben Sie mit Hilfe einer Skizze den Aufbau der im Unterricht verwendeten Elektronenbeugungsröhre.

- b) Erläutern Sie mit Hilfe einer instruktiven Skizze, wie es zur Ausbildung von Ringen am Beobachtungsschirm kommt. Wie kann diese Beobachtung mit der Wellenvorstellung gedeutet werden?
- c) Wie lässt sich demonstrieren, dass die beobachtete Erscheinung nicht auf elektromagnetische Wellen zurückgeht?
- d) Leiten Sie anhand einer Skizze den Zusammenhang zwischen der de-Broglie-Wellenlänge, dem Netzebenenabstand  $d$  in einem Kristallit und der Größen  $r$  (Ringradius) und  $l$  (Abstand der Kristallite von der Beobachtungsebene) her. Kleinwinkelnäherung ist erlaubt.
- e) Wie groß war die Beschleunigungsspannung, wenn bei Graphit-Kristalliten ( $d = 2,13 \cdot 10^{-10} \text{m}$ ) in erster Ordnung ein Ringradius von  $r = 9,0 \text{mm}$  auftrat. Der Abstand der Kristallite von der Beobachtungsebene war  $l = 18 \text{cm}$ . Relativistische Rechnung!

#### 4.Aufgabe: Doppelspaltversuch mit Elektronen

In einer evakuierten Röhre werden Elektronen mit Hilfe einer Spannung beschleunigt. Sie treffen auf einen Doppelspalt mit einem sehr kleinen Spaltabstand (z.B.  $1,50 \mu\text{m}$ ). In größerem Abstand (z.B.  $20,0 \text{cm}$ ) hinter dem Doppelspalt befindet sich eine ebene Platte, auf der sich Elektronen nachweisen lassen.

- a) Beschreiben Sie, welche Beobachtung zu erwarten wäre, wenn Elektronen als klassische Teilchen betrachtet würden. Skizzieren Sie das nach diesem Modell zu erwartende Versuchsergebnis.
- b) Welches Ergebnis erhält man tatsächlich bei diesem Experiment?

#### 5.Aufgabe: Doppelspaltversuch von Jönsson

Elektronen der kinetischen Energie  $600 \text{eV}$  treffen orthogonal auf einen Doppelspalt mit dem Spaltabstand  $200 \text{nm}$ . Im Abstand  $20,0 \text{cm}$  hinter dem Doppelspalt befindet sich eine fotografische Platte (siehe Abb. 1). Die ganze Anordnung befindet sich im Vakuum.

Die praktische Durchführung dieses Versuchs zum Nachweis von Elektronen-Interferenzen am Doppelspalt gelang erstmals 1961 C. Jönsson in Tübingen. Das nebenstehende Bild (siehe Abb. 2) zeigt einen stark nachvergrößerten Ausschnitt der Platte von Jönsson als Positiv, d.h. diejenigen Stellen, an denen Elektronen auftreffen, erscheinen hell.

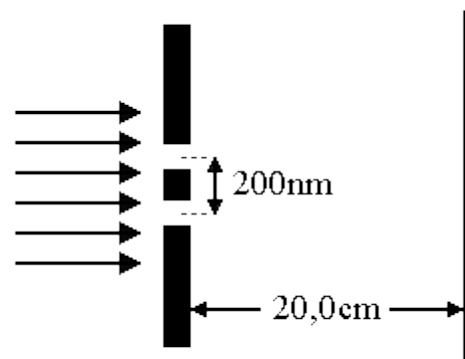


Abb. 1

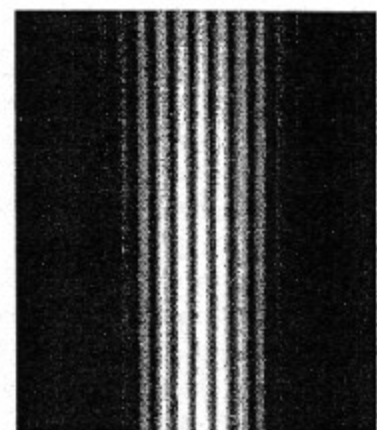


Abb. 2

- a) Erklären Sie die Struktur des Bildes. Warum ist diese Struktur mit der klassischen Elektronenvorstellung nicht vereinbar?
- b) Berechnen Sie den Mittenabstand zweier benachbarter gleichartiger Streifen auf der Platte.

c) Warum war es für das Gelingen des Versuchs wichtig, dass die Elektronen möglichst einheitliche Energie besaßen und der Spaltmittenabstand extrem klein war?

## 6. Aufgabe: Experimente mit bewegten Elektronen

In Anlehnung an den Doppelspaltversuch nach Jönsson soll der Wellencharakter bewegter Elektronen experimentell nachgewiesen werden. Es steht ein Doppelspalt zur Verfügung, dessen Spaltmitten den Abstand  $3,5\mu\text{m}$  haben.

a) Die Interferenzfigur wird in einer Nachweisebene betrachtet, die  $40\text{cm}$  vom Doppelspalt entfernt ist. Durch optische Vergrößerung sind die Interferenzstreifen noch gut erkennbar, wenn das Maximum 2. Ordnung in der Nachweisebene den Abstand  $6,5\mu\text{m}$  vom zentralen Maximum hat.

Welche De-Broglie-Wellenlänge haben in diesem Fall die Elektronen des verwendeten Elektronenstrahls? [zur Kontrolle:  $\lambda = 28\text{pm}$ ] (7 BE)

b) Berechnen Sie die Spannung, mit der die Elektronen demnach beschleunigt werden müssen (nichtrelativistische Rechnung) [zur Kontrolle:  $U = 1,9\text{kV}$ ]

In der Bildröhre eines Fernsehgerätes werden Elektronen mit ca.  $25\text{kV}$  beschleunigt.

c) Der Elektronenstrahl wird durch Lochblenden gebündelt, deren Durchmesser in der Größenordnung  $1\text{mm}$  liegen.

Erklären Sie, warum dabei keine störenden Beugungserscheinungen auftreten. (Argumentieren Sie ohne Rechnung.)

d) Beim Abbremsen der Elektronen am Bildschirm entsteht Röntgenstrahlung. Warum kann man - im Hinblick auf die jeweils auftretenden Energieumwandlungen - die Erzeugung der Röntgenbremsstrahlung grob vereinfacht als "Umkehrung des Photoeffektes" auffassen?

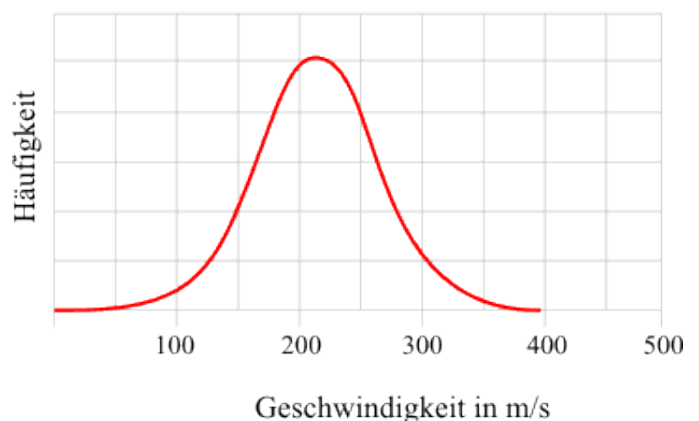
e) Warum kann man mit einem Strichgitter, wie man es zur spektralen Zerlegung sichtbaren Lichts verwendet, kein Röntgenspektrum erzeugen? Wie lässt sich die Wellennatur von Röntgenstrahlung nachweisen?

## 7. Aufgabe:

Materiewellen bei Fullerenen

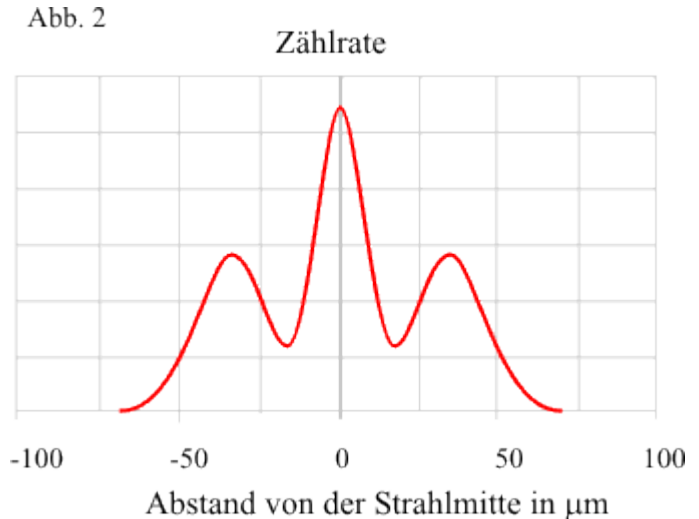
Fullerene sind Moleküle, die in ihrer Struktur einem Fußball gleichen und aus jeweils 60 Kohlenstoffatomen bestehen. Durch das Erhitzen einer Fullerenprobe wird ein Fullerenstrahl erzeugt, der Moleküle unterschiedlicher Geschwindigkeiten enthält (vgl. Abb. 1 mit idealisierter Messkurve)

Abb. 1



a) Berechnen Sie näherungsweise die de-Broglie-Wellenlänge eines Fullerenes, welches die Geschwindigkeit besitzt, die am häufigsten auftritt. (Nehmen Sie an, dass es sich ausschließlich um  $^{12}\text{C}$ -Atome handelt.) [zur Kontrolle:  $\lambda \approx 2,6 \text{ pm}$ ]

Ein gebündelter Strahl aus Fullerenen trifft auf ein Gitter mit dem Spaltmittenabstand  $b = 100 \text{ nm}$ . In einer Entfernung von  $a = 1,25 \text{ m}$  hinter dem Gitter befindet sich ein Detektor, der die auftreffenden Moleküle registriert. Dabei ergibt sich näherungsweise der nebenstehende Kurvenverlauf für die Zählrate in Abhängigkeit vom Ort (siehe Abb. 2).

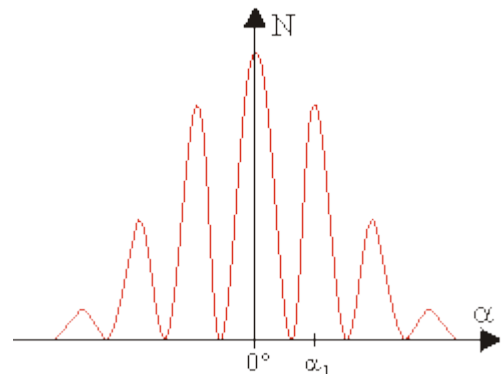


b) Erläutern Sie die Graphik. Berechnen Sie mit ihrer Hilfe die Wellenlänge der Materiewelle und zeigen Sie, dass deren Größenordnung mit der Theorie von de Broglie übereinstimmt.

c) Geben Sie aufgrund der experimentellen Gegebenheiten eine Begründung dafür an, dass die registrierte Zählrate bei den Minima nicht Null beträgt.

### 8.Aufgabe: Doppelspaltversuch mit Elektronen

Ein Strahl nichtrelativistischer Elektronen (Masse  $m_e$ ) mit einheitlicher kinetischer Energie  $E_k$  trifft senkrecht auf einen Doppelspalt von  $1,0 \mu\text{m}$  Spaltmittenabstand. Hinter dem Doppelspalt wird die Anzahl  $N$  der pro Sekunde ankommenden Elektronen in Abhängigkeit des Ablenkwinkels  $\alpha$  gemessen (s. Abb.)



a) Erklären Sie das Zustandekommen des Kurvenverlaufs  $N(\alpha)$ .

b) Leiten Sie für die de-Broglie-Wellenlänge  $\lambda$  der Elektronen die Beziehung

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}} \text{ her.}$$

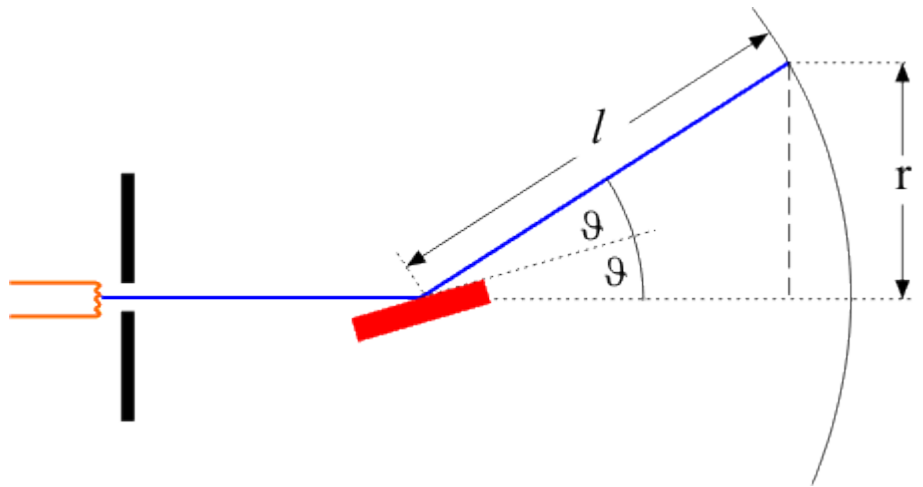
c) Die Elektronen erhalten ihre kinetische Energie beim Durchlaufen einer Beschleunigungsspannung von  $100 \text{ V}$ . Berechnen Sie den Winkel  $\alpha_1$  (siehe Abbildung).

d) Welche Bedeutung hat in diesem Versuch die Voraussetzung einheitlicher kinetischer Energie der Elektronen?

## 9. Aufgabe:

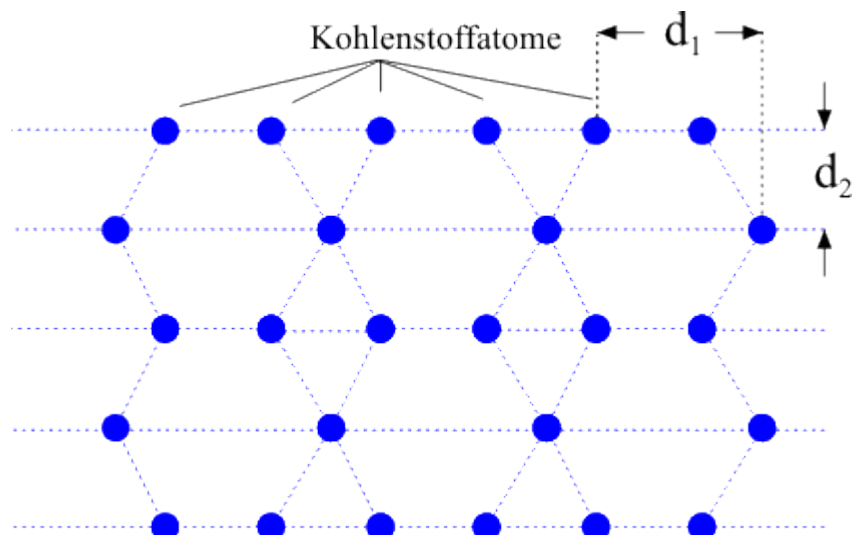
a) Bestimmung der Wellenlänge aus der Geometrie der Anordnung und der Braggbeziehung

Bestimmen Sie den Glanzwinkel  $\vartheta$  aus den Größen  $l = 13 \text{ cm}$  und  $r$  ( $r_1 = 1,75 \text{ cm}$  und  $r_2 = 1,35 \text{ cm}$ )



b) Der Graphitkristall hat zwei verschiedene Netzebenenabstände  $d_1$  und  $d_2$ .  
 $d_1 = 2,13 \cdot 10^{-10} \text{ m}$   
 und  $d_2 = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

Die beiden Radien gehören jeweils zum Maximum 1. Ordnung bei den einzelnen Radien. Bestimmen Sie daraus die Wellenlängen für die beiden Beschleunigungsspannungen. ( $U_1 = 2,2 \text{ kV}$  und  $U_2 = 3,5 \text{ kV}$ ).

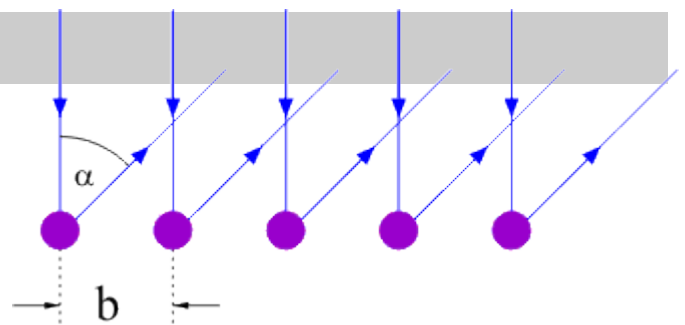


c) Vergleich mit der Theorie von de Broglie

De Broglie forderte dass für Materie derselbe Zusammenhang zwischen Impuls und Wellenlänge existiert wie bei Photonen. Berechnen Sie auf dieser Grundlage die Wellenlänge der Elektronen auf Grund der angegebenen Beschleunigungsspannung, vergleichen Sie mit dem Experiment.

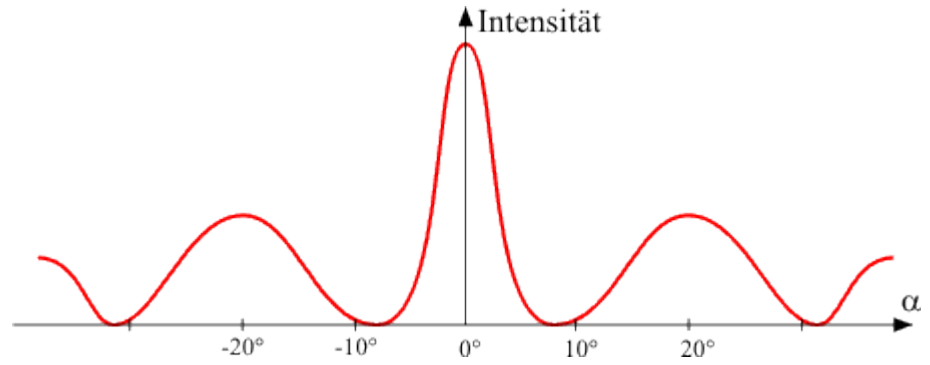
## 10. Aufgabe: Heliumatome auf LiF-Einkristall

Beschießt man die Oberfläche eines LiF-Einkristalls mit He-Atomen, so werden die He-Atome an den Oberflächenatomen gestreut. Der Abstand zweier Nachbaratome des Einkristalls ist  $b = 2,0 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ . Dabei ergibt sich die dargestellte Intensitätsverteilung für die gestreute Strahlung.



a) Geben Sie eine qualitative Erklärung für das Zustandekommen der Maxima bei  $\alpha \approx \pm 20^\circ$ .  
 b) Welche de-Broglie-Wellenlänge ist den He-Atomen mit der Geschwindigkeit 1,45 km/s zuzuordnen?

c) Bestätigen Sie durch eine geeignete Rechnung, dass bei  $\alpha \approx 20^\circ$  ein Maximum der Intensitätsverteilung zu erwarten ist.

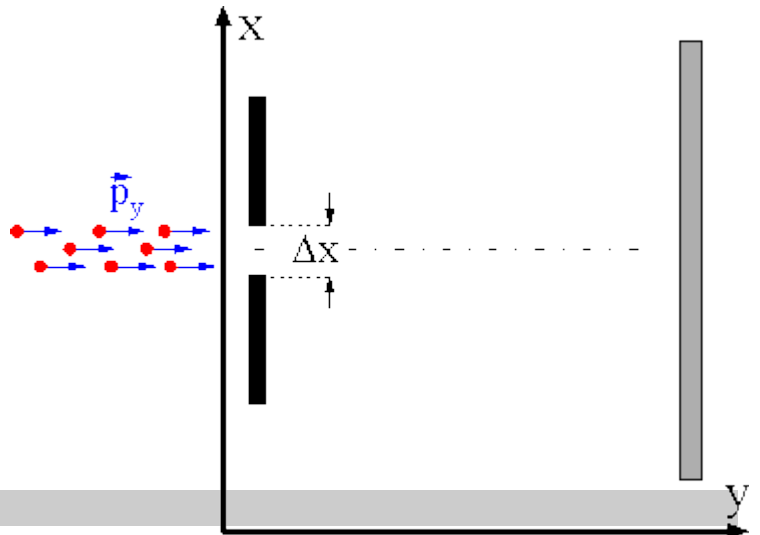


**11. Aufgabe:  $\alpha$ -Teilchen am Spalt**

$\alpha$ -Teilchen treffen senkrecht auf einen Spalt der Breite  $B = \Delta x = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{m}$ . Die kinetische Energie der  $\alpha$ -Teilchen ist: I.  $E_{\text{kin},1} = 10 \text{eV}$  II.  $E_{\text{kin},2} = 0,50 \text{MeV}$

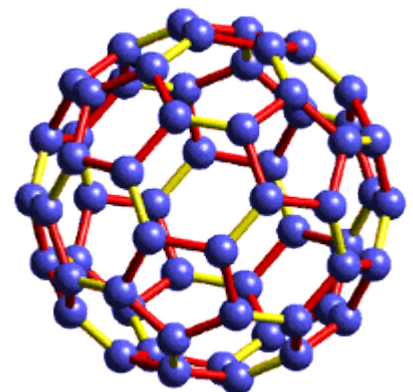
a) Schätzen Sie den Impuls  $\Delta p_x$  der Teilchen mit Hilfe der heisenbergschen Relation ab.

b) Ermitteln Sie den Gesamtimpuls der Teilchen durch vektorielle Addition der Impulse  $\vec{\Delta p}_x$  und  $\vec{p}_y$  (Impuls vor dem Spalt). Entscheiden Sie, ob der Richtung des Gesamtimpulses deutlich von der Richtung des ursprünglichen Impulse  $\vec{p}_y$  abweicht.



**12. Aufgabe: Fulleren-Moleküle**

Ein  $C_{60}$ -Fullerenmolekül (siehe Abb. 1) hat die Masse  $1,2 \cdot 10^{-24} \text{kg}$ . Der Durchmesser beträgt ca. 1nm. In einem Versuch werden solche "Fullerenbälle" mit  $140 \text{ms}^{-1}$  senkrecht auf ein Beugungsgitter mit der Gitterkonstanten 100nm geschossen. Die Versuchsdurchführung erfolgt so, dass sich jeweils nur ein Fullerenmolekül in der Anordnung befindet. Die Fullerenmoleküle werden im Abstand 1,3m vom Gitter registriert. Man erhält die in Abbildung 2 dargestellte Intensitätsverteilung.

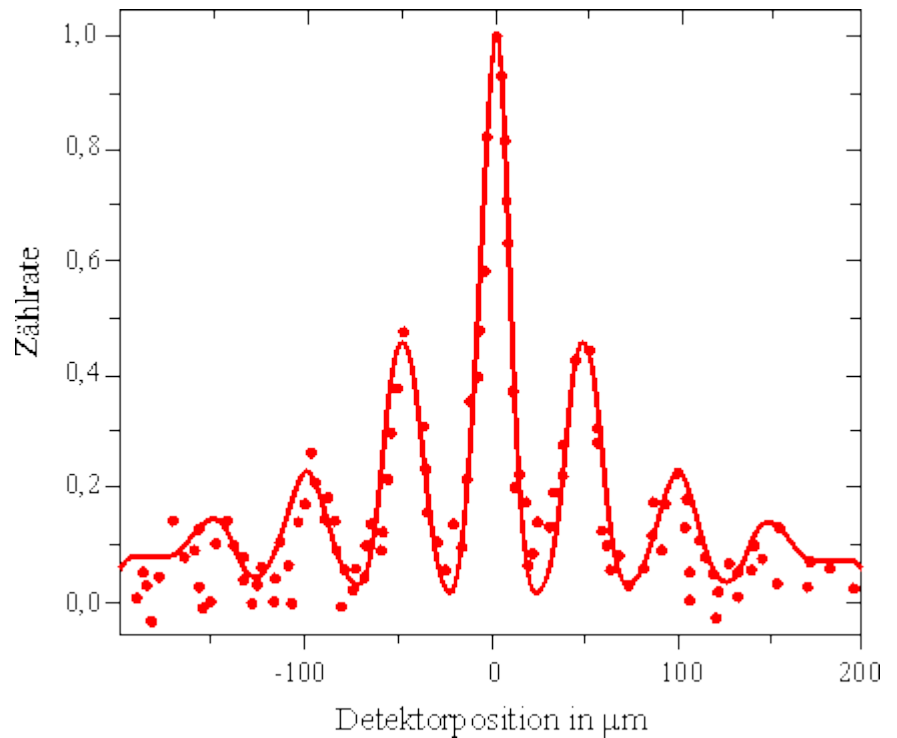


a) Berechnen Sie die Lage des Maximums 1. Ordnung und vergleichen Sie diese mit dem Messergebnis.

Von dem Physiker Paul Dirac stammt sinngemäß die Aussage:

*"Jedes Quantenobjekt interferiert mit sich selbst."*

b) Nehmen Sie im Hinblick auf das Ergebnis des beschriebenen Experiments hierzu Stellung.

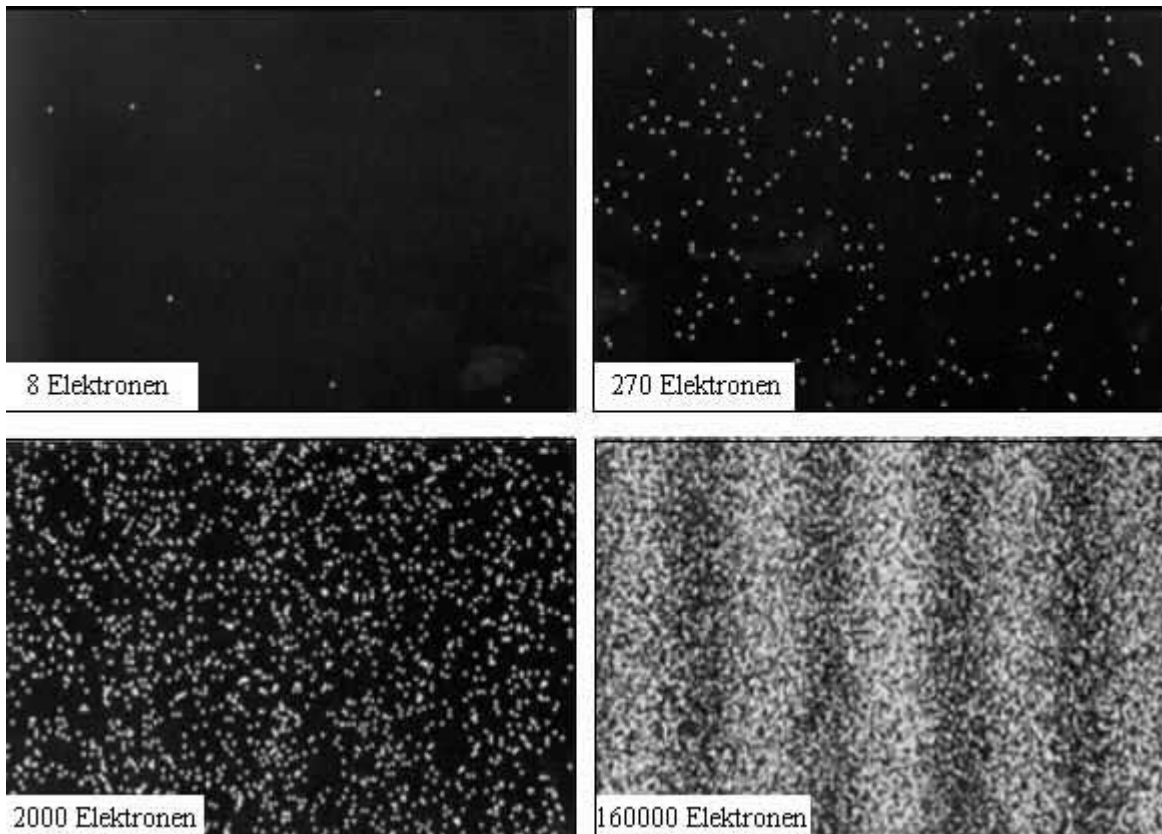


### 13.Aufgabe: Reflexionsgitter für Elektronen

Elektronen der kinetischen Energie  $E_{\text{kin}} = 54\text{eV}$  treffen senkrecht auf die Oberfläche eines Nickelkristalls. Die regelmäßige Anordnung der Atome in der Oberfläche wirkt wie ein Reflexionsgitter mit der Gitterkonstanten  $b = 2,15 \cdot 10^{-10}\text{m}$ . Berechnen Sie den Winkel, unter dem das Maximum 1. Ordnung beobachtet wird.

### 14.Aufgabe: Quantenobjekt Elektron

Im Jahr 1989 wurde ein Doppelspalt-Experiment mit einzelnen Elektronen durchgeführt, d.h. es befand sich jeweils nur ein Elektron in der Versuchsanordnung. Dabei ergeben sich die Bilder in nebenstehender Abbildung. Erläutern Sie, warum dieses Experiment zeigt, dass Elektronen Quantenobjekte sind.



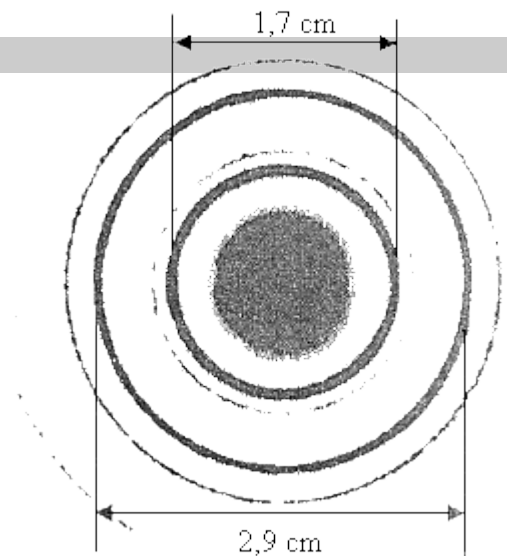
### 15. Aufgabe: Kristallographie

Zur Bestimmung der Netzebenenabstände von Kristallen wird ein Kristallpulver mit monochromatischer Röntgenstrahlung der Wellenlänge  $37 \text{ pm}$  bestrahlt. Auf einer Photoplatte senkrecht zur Strahlrichtung im Abstand  $l = 5,4 \text{ cm}$  vom Kristallpulver wird ein Interferenzmuster aus konzentrischen Ringen registriert. Dabei werden die von der Röntgenstrahlung belichteten Bereiche geschwärzt.

a) Skizzieren Sie ein typisches Röntgenspektrum. Weisen Sie nach, dass bei einer Anodenspannung von  $50 \text{ kV}$  Strahlung mit der Wellenlänge  $\lambda = 37 \text{ pm}$  im Spektrum enthalten ist.

b) Berechnen Sie mit Hilfe der Daten aus der Abbildung den Netzebenenabstand  $d$ , der zu dem inneren der markierten Ringe führt; dieser stellt ein Maximum 1. Ordnung dar.

c) Begründen Sie, dass der größere markierte Ring nicht das Maximum 2. Ordnung zum in Teilaufgabe 3b berechneten Netzebenenabstand  $d$  sein kann.



### 16. Aufgabe: Neutronenfilter

Ein Graphitkristall habe die folgenden Netzebenenabstände:

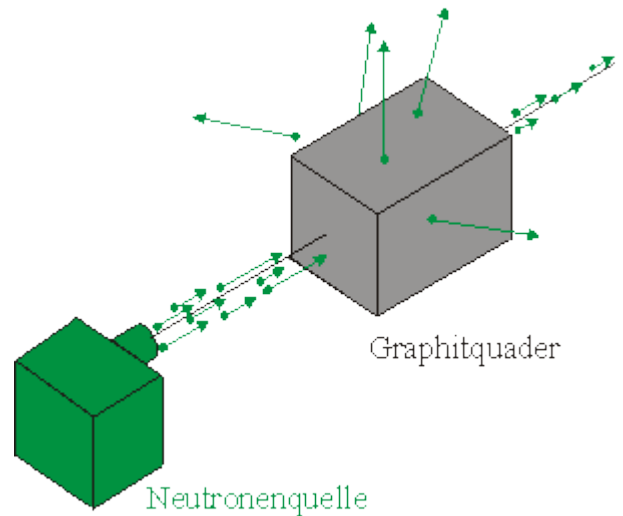


$$d_1 = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{m}; d_2 = 2,13 \cdot 10^{-10} \text{m}; d_3 = 3,44 \cdot 10^{-10} \text{m};$$

a) Welche de-Broglie-Wellenlänge  $\lambda_k$  darf nicht überschritten werden, wenn noch Bragg-Reflexion auftreten soll?

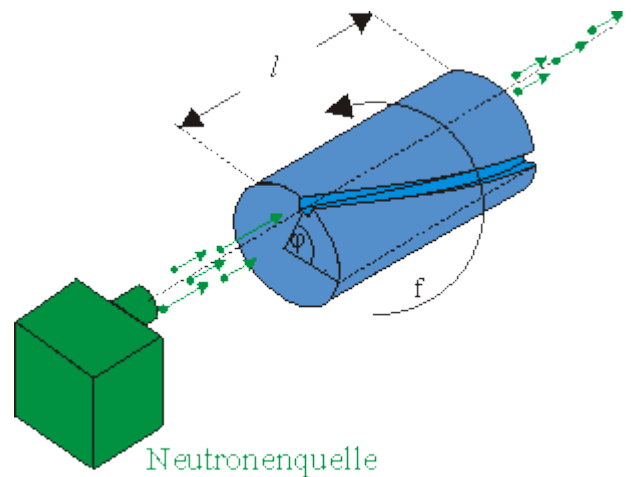
b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit  $v_k$  von Neutronen mit der oben berechneten Wellenlänge  $\lambda_k$ .

c) Ein Strahl von Neutronen unterschiedlicher Geschwindigkeit trifft auf einen Graphitquader. Neutronen mit  $v < v_k$  werden nicht gebeugt und durchdringen die Graphitschicht nahezu ungehindert. Berechnen Sie die maximale kinetische Energie  $E_k$  dieser ungehindert passierenden Neutronen.



d) Mit der nebenstehend skizzierten Anordnung lassen sich aus einem polyenergetischen Neutronenstrahl ebenfalls Neutronen der Energie  $E_k$  herausfiltern. Erläutern Sie diese

Anordnung und geben Sie die notwendige Rotationsfrequenz an, wenn der Radius der rotierenden Walze 10cm, deren Länge 80cm und der Winkel  $\varphi = 30^\circ$  ist. Welchen Vorteil besitzt dieses Neutronenfilter gegenüber dem von Teilaufgabe c)?



## 17.Aufgabe: Debye-Scherrer-Streuung

Materiewellen wurden 1924 postuliert und kurze Zeit später mit Versuchen wie dem Debye-Scherrer-Verfahren nachgewiesen.

In einer Vakuumröhre treffen Elektronen, die aus einem Glühdraht (Heizspannung  $U_H$ ) ausgetreten sind und durch die Spannung  $U_B$  beschleunigt wurden, auf ein Pulver aus Graphitkristallen. Dahinter werden sie auf einem Leuchtschirm sichtbar gemacht. Typischerweise beobachtet man um einen hellen Mittelpunkt konzentrische, helle Kreisringe.

a) Leiten Sie anhand geeigneter Skizzen den Zusammenhang zwischen der Wellenlänge einer auftreffenden Welle und ihren möglichen Ablenkungswinkeln bei der Beugung am Einkristall her (Bragg-Bedingung) und erklären Sie damit das Zustandekommen des beobachteten Bildes.

b) Wie kann man experimentell nachweisen, dass die gezeigten Erscheinungen tatsächlich von Elektronen erzeugt werden und nicht von Röntgenstrahlung, die beim Auftreffen von Elektronen auf das Pulver entstanden sein könnte?

Bei den konzentrischen Kreisen handelt es sich um Beugungen an zwei verschiedenen Netzebenen des Graphits mit den Netzebenenabständen  $d_1 = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{m}$  und  $d_2 = 2,13 \cdot 10^{-10} \text{m}$ .

<sup>10</sup>m. Der kreisförmige Leuchtschirm (Radius R = 4,7cm) hat von der Graphitpulverschicht den Abstand L = 13,5cm. Die Beschleunigungsspannung U<sub>B</sub> ist auf 4,0kV eingestellt.

- c) Berechnen Sie relativistisch die de-Broglie-Wellenlänge λ eines anfangs ruhenden Elektrons, welches die Beschleunigungsspannung U<sub>B</sub> durchlaufen hat.
- d) Bestimmen Sie, wie viele Kreise bei diesem Versuch theoretisch auf dem Leuchtschirm zu erwarten sind.
- e) Beschreiben und erklären Sie, wie sich das Bild auf dem Schirm verändert, wenn man zum einen die Spannung U<sub>H</sub> bzw. zum anderen die Spannung U<sub>B</sub> vergrößert.
- f) Zeigen Sie für den Fall kleiner Beschleunigungsspannungen (nichtrelativistischer Ansatz), dass für den Zusammenhang zwischen der Beschleunigungsspannung U<sub>B</sub> und der de-Broglie-Wellenlänge λ gilt:

$$U_B = \frac{h^2}{2 \cdot e \cdot m \cdot \lambda^2}$$

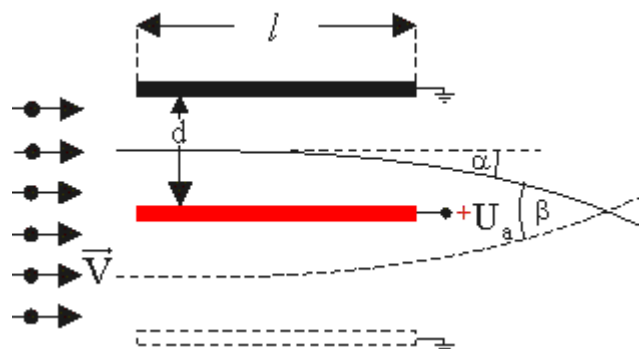
Bestimmen Sie damit die kleinstmöglich Beschleunigungsspannung U<sub>B</sub>, ab der theoretisch überhaupt Interferenzkreise auf dem Leuchtschirm zu erwarten sind.

**18. Aufgabe: Versuch von Jönsson**

- b) Im Jahr 1960 gelang es Jönsson zu zeigen, dass sich ein intensiver Elektronenstrahl an einem geeigneten Doppelspalt analog zu einem Lichtstrahl verhält. Die Elektronen hatten einen kinetische Energie von 50 keV.
- c) Erläutern Sie kurz, warum die Versuchsergebnisse der Teilchenvorstellung widersprechen.
- d) Berechnen Sie relativistisch die Geschwindigkeit v und die de-Broglie-Wellenlänge λ der verwendeten Elektronen.  
[zur Kontrolle: λ = 5,4pm]
- e) Beim Jönsson-Versuch war es extrem schwierig, einen geeigneten Doppelspalt zu realisieren. Berechnen Sie den Spaltabstand, wenn das nullte Maximum und das erste Minimum einen Winkel von 0,30'' (Winkelsekunden) einschließen.

**19. Aufgabe: Möllenstedt-Versuch**

II. Nebenstehende Skizze zeigt eine vereinfachte Darstellung des Möllenstedt-Versuches. Elektronen werden durch eine Spannung U<sub>B</sub> aus dem Zustand der Ruhe auf die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  beschleunigt und treten dann in das gezeichnete Ablenssystem ein. Weiter rechts befindet



sich eine Beobachtungsebene senkrecht zur "optischen Achse". Zwischen der Mittelplatte und den Außenplatten liegt die Spannung  $U_a$ .

a) Berechnen Sie allgemein den Winkel  $\beta$  (siehe Skizze) in Abhängigkeit von der Elektronengeschwindigkeit  $v$  und den übrigen Daten der Anordnung für  $U_B \gg U_a$ . (Nichtrelativistische Rechnung!)

b) Beschreiben Sie qualitativ, was man in der Beobachtungsebene registriert, wenn die Ablenkanordnung

- a) nur aus dem oberen Kondensator,
- β) nur aus dem unteren Kondensator,
- γ) aus beiden Kondensatoren besteht.

Beugungserscheinungen können außer acht gelassen werden.

c) Bei einem Möllenstedt-Experiment mit der Beschleunigungsspannung  $U_B = 15 \text{ kV}$  ergab sich eine Wellenlänge  $\lambda = 10 \text{ pm}$ . Prüfen Sie rechnerisch, ob die De-Broglie-Beziehung für die Wellenlänge erfüllt ist.

III. Neben einem Interferenzversuch mit Elektronen wird noch folgendes Experiment ausgeführt: Ein feiner Strahl von Elektronen der kinetischen Energie  $E_{\text{kin}} = e \cdot U_B$  tritt senkrecht zu den Feldlinien in ein homogenes Magnetfeld der Flussdichte  $\vec{B}$ .

a) Leiten Sie den Zusammenhang zwischen dem Impuls der Elektronen und dem Radius der im Magnetfeld beschriebenen Kreisbahn her.

b) Durch Gleichsetzen des in Teilaufgabe 3.a) berechneten Impulses mit dem nach de Broglie berechenbaren Impuls ergibt sich ein Term für die Elementarladung  $e$ . Leiten Sie diesen Term her.

c) Die Ergebnisse eines elektronenoptischen Biprisma-Versuchs und eines Ablenkversuchs im Magnetfeld sind in der folgenden Tabelle in Abhängigkeit von  $U_B$  dargestellt. Die übrigen Versuchsbedingungen bleiben jeweils gleich, insbesondere hat die Flussdichte des

Magnetfeldes den konstanten Wert  $|\vec{B}| = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ Vs/m}^2$ .

$U_B$ in kV	15,0	19,4	26,0	40,0
Biprismaversuch: $\lambda$ in $10^{-12} \text{ m}$	10,0	8,70	7,50	6,00
Ablenkversuch: $r$ in $10^{-2} \text{ m}$	5,5	6,3	7,3	9,2

Bestimmen Sie gemäß Teilaufgabe 3.b) für zusammengehörige Werte von  $\lambda$  und  $r$  jeweils die Elementarladung. Welche wichtige Erkenntnis für die Elementarladung ergibt sich, wenn man berücksichtigt, dass es sich bei den gegebenen Versuchsbedingungen um relativistische Elektronen handelt?