

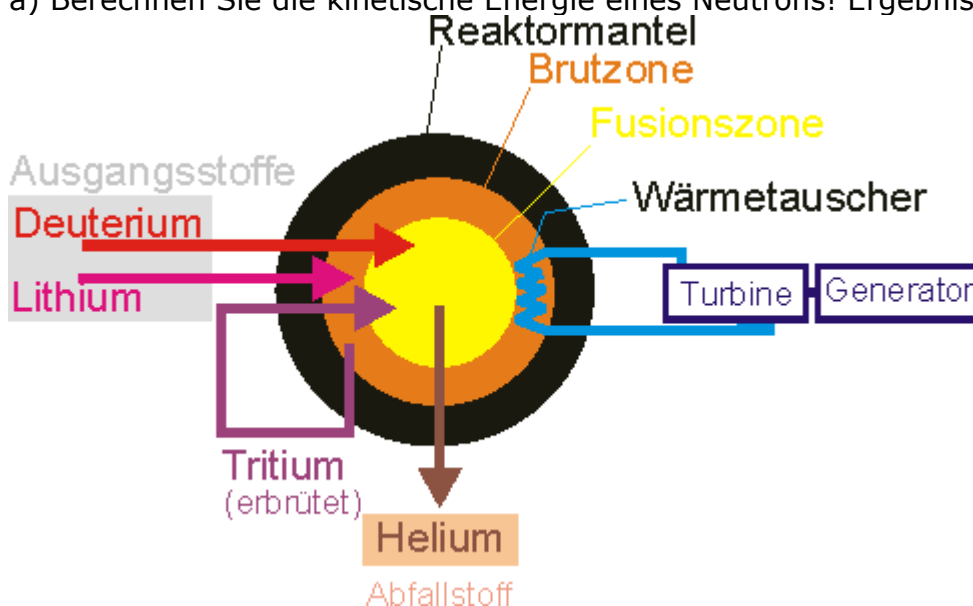
**1.Zusatz.Aufgabe: Fusionskraftwerk**

In einem zukünftigen Fusionsreaktor soll die Reaktion  ${}^2_1\text{D} + {}^3_1\text{T} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$  zur Energiegewinnung genutzt werden. Bei diesem Prozess werden 80% der frei gesetzten Energie in kinetische Energie der Neutronen umgesetzt.

Verwenden Sie für die nachfolgenden Rechnungen die nebenstehenden Atommassen:

Nuklid	Atommasse
Deuterium ( ${}^2_1\text{D}$ )	2,014102 u
Tritium ( ${}^3_1\text{T}$ )	3,016049 u
Helium ( ${}^4_2\text{He}$ )	4,002603 u
Lithium-7 ( ${}^7_3\text{Li}$ )	7,016000 u
Neutron ( ${}^1_0\text{n}$ )	1,008665 u

a) Berechnen Sie die kinetische Energie eines Neutrons! Ergebnis:  $E_{\text{kin}} = 2,26 \cdot 10^{-12}\text{J}$



Das Bild zeigt das vereinfachte Schema dieses zukünftigen Fusionsreaktors. Im Inneren findet der angegebene Fusionsprozess statt. Die Neutronen gelangen in die Brutzone und werden abgebremst. Die entstehende Wärme wird über einen Wärmetauscher an die Turbine weiter gegeben. An die Turbine ist ein Generator gekoppelt.

b) Begründen Sie, dass für den Reaktionsvorgang im Innern des Reaktors eine sehr hohe Temperatur erforderlich ist!

Zum Ablauf der Reaktion müssen sich das Deuteriumatom und das Tritiumatom auf eine Entfernung von  $r = 5 \cdot 10^{-15}\text{ m}$  annähern. Berechnen Sie die dazu notwendige Temperatur unter der stark vereinfachten Annahme, dass beide Atome beim zentralen Stoß die mittlere kinetische Energie eines Gasatoms abgeben.

Anmerkung: Die gemachte Näherung ist sehr grob. In Wirklichkeit wird bei einem Stoß unterschiedlich schwerer Atome weniger als die Summe beider Energien übertragen. Außerdem haben die Gasatome eine Geschwindigkeitsverteilung, so dass schon bei geringeren Temperaturen als der zu berechnenden Annäherungen der obigen Art vorkommen können.

Der Betrieb eines Kraftwerkes soll mit dem beschriebenen Fusionsreaktor erfolgen. Die elektrische Leistung des Kraftwerkes betrage  $P = 1000 \text{ MW}$ . Die Turbine des Kraftwerkes hat den thermischen Wirkungsgrad  $\eta = 35\%$ .

c) Geben Sie die Anzahl der Fusionsvorgänge an, die nach einjähriger Betriebsdauer im Reaktor stattfinden! Ergebnis:  $N \approx 4,0 \cdot 10^{28}$

d) Berechnen Sie die Masse Deuterium, die für einen einjährigen Betrieb des Kraftwerkes benötigt wird!

In der Brutzone findet neben dem Wärmeaustausch das Erbrüten des zweiten Ausgangsproduktes Tritium statt. Dazu wird in die Brutzone Lithium eingebracht. Die

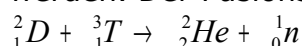
Lithiumkerne  ${}^7_3\text{Li}$  werden von den aus dem Zentrum kommenden Neutronen getroffen. Dabei entstehen Tritium und Helium.

e) Stellen Sie die Reaktionsgleichung auf!

f) Berechnen Sie die Masse Lithium, die für einen einjährigen Betrieb des Kraftwerkes benötigt wird!

## 2.Zusatz.Aufgabe: Fusionskraftwerk

Im Fusionsprojekt ITER soll Energie durch Fusion von Deuterium- und Tritiumkernen gewonnen werden. Der Fusionsprozess sei vom Typ



a) Berechnen Sie die Energie in eV, die bei einem Fusionsprozess frei wird. Die Kernmasse von Tritium ist  $m_{\text{T}} = 3,015501 \text{ u}$ .

b) Wie viel Prozent dieser Energie erhält das Neutron als kinetische Energie, wenn man davon ausgeht, dass die kinetischen Energien der Ausgangskerne bei diesem Prozess zu vernachlässigen sind? (Nichtrelativistische Rechnung!)

c) Bei dem Fusionsprozess treten schnelle Neutronen auf. Beschreiben Sie, wie man prinzipiell schnelle Neutronen registrieren kann.

d) Das für den Fusionsprozess benötigte Tritium wird laufend mit Hilfe der bei diesem Prozess freiwerdenden Neutronen aus Lithium durch folgende Reaktion erbrütet.



e) Der fertige Reaktor soll aus beiden Prozessen im Dauerbetrieb eine thermische Leistung von 2500 MW erbringen. Berechnen Sie, welche Masse an Helium pro Tag als Abfallprodukt anfällt. Wegen der extrem hohen Temperatur sind die Teilchen ionisiert und bewegen sich mit der mittleren Geschwindigkeit  $\bar{v} = 8 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ . Sie werden durch ein Magnetfeld von den Reaktorwänden ferngehalten.

f) Wie groß muss die magnetische Flussdichte sein, damit sich ein Deuteriumkern auf einem Kreis mit Radius  $r = 5 \text{ mm}$  bewegen kann?

g) Schätzen Sie ab, welcher Temperatur des Deuteriums die angegebene Geschwindigkeit  $\bar{v}$  nach der kinetischen Gastheorie entspricht.

## 3.Zusatz.Aufgabe: Kernfusion in der Sonne

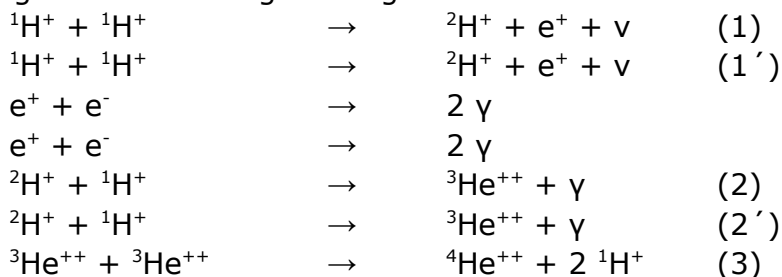
In der Sonne wird durch Fusion von Wasserstoff Helium erzeugt. Ein He-Kern entsteht aus vier Protonen und zwei Elektronen über mehrere Zwischenstufen, die hier außer acht gelassen werden.

a) Berechnen Sie die Energieausbeute bei der Fusion von Protonen zu 1 kg Helium.

b) Die Masse der Sonne beträgt  $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ , ihr Alter rund 5 Milliarden Jahre. Sie strahlt jährlich eine Energie von  $1,2 \cdot 10^{34} \text{ J}$  ab. Schätzen Sie ab, wie viel Prozent der Sonnenmasse seit "Geburt" der Sonne in Helium verwandelt wurden.

#### 4.Zusatz.Aufgabe: Fusion im Sonneninneren

Die von der Sonne abgestrahlte Energie stammt aus verschiedenen Kernfusionszyklen, die im Plasma des Sonneninneren ablaufen. Der wichtigste dieser Zyklen, der sog. „Proton-Proton-Zyklus“, wird durch folgende Reaktionsgleichungen beschrieben:



- a) Stellen Sie eine Bilanzgleichung des Proton-Proton-Zyklus auf. Berechnen Sie die bei der Bildung eines  ${}^4\text{He}$ -Atoms insgesamt freigesetzte Energie in MeV.
- b) Die Reaktion (3) kann in klassischer Sicht nur stattfinden, wenn sich die beiden Reaktionspartner bis zur Berührung annähern. Welche kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$  muss ein  ${}^3\text{He}$ -Kern mindestens haben, um den Coulombwall eines zweiten, ihm mit gleicher Geschwindigkeit entgegen fliegenden  ${}^3\text{He}$ -Kerns zu überwinden? [zur Kontrolle:  $E_{\text{kin}} = 0,71 \text{ MeV}$ ]
- c) Bei welcher Temperatur  $T$  eines Plasmas wäre die mittlere kinetische Energie von  ${}^3\text{He}$ -Kernen gleich der Energie  $E_{\text{kin}}$  aus Teilaufgabe b, wenn man das Plasma vereinfacht wie ein ideales Gas behandelt.
- d) In der Sonne herrschen Temperaturen bis etwa  $1,5 \cdot 10^7 \text{ K}$ . Geben Sie zwei mögliche Gründe dafür an, dass die in Gleichung (3) beschriebene Fusion auftritt, obwohl die in Teilaufgabe c berechnete Temperatur erheblich höher als  $1,5 \cdot 10^7 \text{ K}$  ist. Erläutern Sie Ihre Antwort.

#### 5.Zusatz.Aufgabe: Anwendungen des Isotops Kr-85

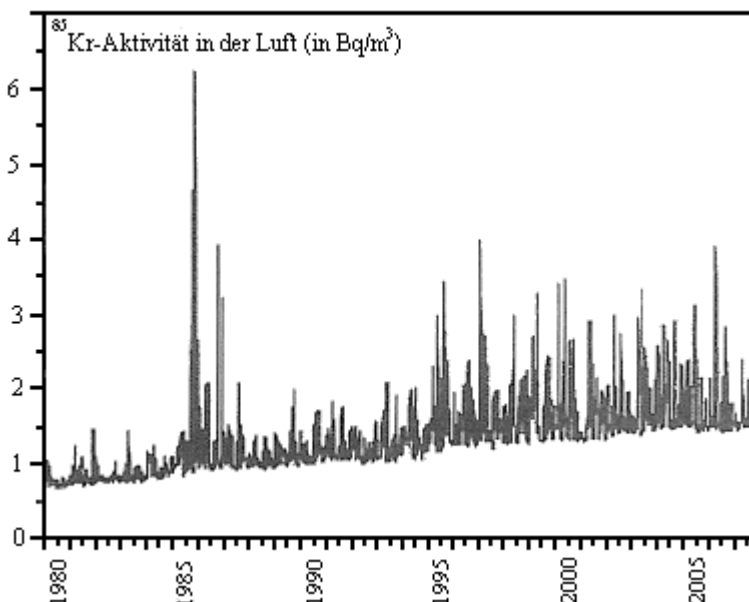
##### 1. $\beta^-$ -Zerfall von ${}^{85}\text{Kr}$

- a) Erläutern Sie kurz die Vorgänge im Atomkern beim  $\beta^-$ -Zerfall. Warum konnte Wolfgang Pauli anhand des  $\beta^-$ -Zerfalls auf die Existenz eines weiteren Teilchens schließen?
- b) Geben Sie die Zerfallsgleichung für den  $\beta^-$ -Zerfall von  ${}^{85}\text{Kr}$  an und bestimmen Sie die dabei frei werdende Energie  $Q$ . [zur Kontrolle:  $Q = 0,69 \text{ MeV}$ ]
- c) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,4% befindet sich der Tochterkern in einem angeregten Zustand der Energie 0,51 MeV, der innerhalb kurzer Zeit durch Emission eines  $\gamma$ -Quants in den Grundzustand übergeht. Zeichnen Sie das Energieniveauschema für den Zerfall von  ${}^{85}\text{Kr}$  und berechnen Sie die Wellenlänge des  $\gamma$ -Quants.

##### 2. ${}^{85}\text{Kr}$ in der Qualitätssicherung bei der Papierherstellung

Bei der Papierherstellung wird die Dicke des Papiers kontrolliert, indem man es z.B. laufend mit größerer Geschwindigkeit (Größenordnung: einige m/s) zwischen dem  ${}^{85}\text{Kr}$ -Präparat und einem Detektor hindurchführt.

- a) Begründen Sie mithilfe eines Prozesses auf atomarer Ebene, dass die registrierte Zählrate mit zunehmender Papierdicke abnimmt.



Zunächst muss der Detektor kalibriert werden. Dazu werden Messungen mit Papier bekannter Dicke durchgeführt. Der Nulleffekt beträgt  $19\text{min}^{-1}$ .

Dicke $d$ in mm	0	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
Zählrate $Z$ in $\text{min}^{-1}$	231	189	136	115	95	74

- b) Begründen Sie, dass man den Anteil der  $\gamma$ -Strahlung (vgl. Teilaufgabe c) an der Zählrate vernachlässigen kann.
- c) Für die Zählrate der  $\beta^-$ -Strahlung gilt bei kleinen Papierdicken  $d$  näherungsweise ein Absorptionsgesetz der Form. Weisen Sie diesen Zusammenhang nach und bestimmen Sie den Absorptionskoeffizienten  $\mu$ . [zur Kontrolle:  $\mu = 2,6\text{mm}^{-1}$ ]
- d) Man möchte Papier der Dicke  $0,13\text{mm}$  herstellen. Welche Zählrate ist zu erwarten?
- e) Begründen Sie, warum das obige Verfahren ungeeignet ist, lokale Schwankungen der Dicke zuverlässig zu registrieren. Mit welcher Zielsetzung kann es dennoch eingesetzt werden?
- f) Eine Kunde befürchtet, dass er sich durch den Kauf dieses so getesteten Papiers erhöhter  $\beta^-$ -Strahlung aussetzt. Erklären Sie, warum seine Befürchtungen unbegründet sind.

### 3. $^{85}\text{Kr}$ als Indikator für weltweite Wiederaufarbeitungsaktivitäten

Bei der Spaltung von  $^{235}\text{U}$  in Kernkraftwerken entsteht  $^{85}\text{Kr}$ , das zunächst in den Brennstäben verbleibt, jedoch bei der Wiederaufarbeitung in die Atmosphäre gelangt. Da andere Entstehungsquellen vernachlässigbar sind, kann  $^{85}\text{Kr}$  als Indikator für Wiederaufarbeitungsaktivitäten verwendet werden.

- a) Die Kr-Aktivität von  $1\text{m}^3$  Luft betrug im Jahr 2007 weltweit etwa  $1,5\text{Bq}$ . Schätzen Sie daraus die Anzahl  $N_{\text{Kr}}$  der in diesem Jahr in der Atmosphäre zerfallenen  $^{85}\text{Kr}$ -Kerne ab. Gehen Sie hierzu von einer  $10\text{km}$  hohen Erdatmosphäre konstanter Dichte und einer Gleichverteilung von  $^{85}\text{Kr}$  aus. [zur Kontrolle:  $N_{\text{Kr}} = 2,4 \cdot 10^{26}$ ]
- b) Ein typischer Brennstab ist mit etwa  $3,3\%$   $^{235}\text{U}$  angereichert, von dem während der Verweildauer im Reaktor drei Viertel gespalten werden. Nur bei  $0,27\%$  der Spaltreaktionen entsteht ein  $^{85}\text{Kr}$ -Kern. Schätzen Sie unter der Annahme, dass die  $^{85}\text{Kr}$ -Aktivität zeitlich konstant bleibt, die weltweit jährlich wiederaufbereitete Masse an Uran aus Brennstäben ab.

Tatsächlich wurde vom Bundesamt für Strahlenschutz der nebenstehende zeitliche Verlauf der  $^{85}\text{Kr}$ -Aktivität gemessen. Die Spitzen im Diagramm sind auf kurzfristige, Wetter bedingte Phänomene zurückzuführen.

- c) Wie ändert sich langfristig der  $^{85}\text{Kr}$ -Gehalt in der Atmosphäre? Diskutieren Sie die Abschätzung aus Teilaufgabe 3b im Hinblick auf die Änderung.
- d) In Europa sind nur in Frankreich und Großbritannien Wiederaufbereitungsanlagen in Betrieb. Begründen Sie damit das Auftreten der Spitzen im Diagramm.
- e) Skizzieren Sie qualitativ den zukünftig zu erwartenden Verlauf der  $^{85}\text{Kr}$ -Aktivität für folgende Szenarien und begründen Sie Ihre Diagramme:  
Die Wiederaufbereitung der Kernbrennstäbe  
(a) endet weltweit sofort,  
(b) hat ab sofort den in Teilaufgabe 3b berechneten konstanten Wert.