

Aufgaben zur Speziellen Relativitätstheorie – Ausgegeben am 26.05.2011

Addition von Geschwindigkeiten

1. Aufgabe: a) Ein Überschallflugzeug bewege sich mit einer Geschwindigkeit von 1000 m/s entlang der x-Achse des Ruhesystems S eines Beobachters. Ein weiteres Flugzeug bewege sich ebenfalls entlang der x-Achse und relativ zum ersten mit der Geschwindigkeit 500 m/s. Wie groß ist die vom Beobachter gemessene Geschwindigkeit des zweiten Flugzeugs?

b) Was ändert sich in a), wenn das erste Flugzeug mit der Geschwindigkeit $0,8c$ und das zweite Flugzeug relativ zum ersten ebenfalls mit der Geschwindigkeit $0,8c$ fliegen würde?

2. Aufgabe: Ein Elektron hat die Ruhemasse $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

a) Berechnen Sie die Ruheenergie des Elektrons in der Einheit eV.

b) Welche Spannung müssen Elektronen durchlaufen, damit sich ihre Masse verdoppelt?

c) Welche Geschwindigkeit haben Elektronen, deren Masse gerade der doppelten Ruhemasse entspricht?

3. Aufgabe: a) Elektronen haben eine Spannung von 900 kV durchlaufen. Berechnen Sie die Geschwindigkeit dieser Elektronen und ihre Masse in Vielfachen der Ruhemasse.

b) Elektronen sollen eine Geschwindigkeit von $0,99c$ erreichen.

Welche Spannung müssen sie dazu durchlaufen und welche Masse haben sie dann?

Wie groß ist die kinetische Energie dieser Elektronen?

c) Bei geringen Geschwindigkeiten ist die relativistische Massenzunahme äußerst gering. Berechnen Sie die Geschwindigkeit, die für eine Massenzunahme des Elektrons um 2,0% erforderlich ist. Welche Beschleunigungsspannung wird dafür benötigt?

4. Aufgabe: Die Sonne setzt pro Sekunde eine Energie von $3,8 \cdot 10^{26}$ Joule frei.

Welche Masse verliert die Sonne pro Sekunde und pro Jahr?

Wie lange dauert es, bis die Sonne so 1,0% ihrer Masse „verloren“ hat? ($M_{\text{Sonne}} = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$)

5. Aufgabe: Elektronen der kinetischen Energie 1,0 MeV treten senkrecht in ein Magnetfeld der Flussdichte 0,45 T ein. Wie groß ist der Bahnradius der Kreisbahn?

6. Aufgabe: Teilchen mit der Ladung $q = -e$ durchlaufen zunächst ein Wienfilter mit $E = 7,00 \times 10^5 \text{ V/m}$ und $B = 4,00 \text{ mT}$ und treten dann in einen Raumbereich ein, in dem nur noch dieses Magnetfeld herrscht. Hier beschreiben die Teilchen dann ein Kreisbahn mit dem Radius 30,6 cm.

Berechnen Sie die spezifische Ladung q/m_0 dieser Teilchen. Um welche Teilchen könnte es sich handeln?

7. Aufgabe: Das Raumschiff von Astronaut Pirx fliegt mit 75 % der Lichtgeschwindigkeit zu einem Stern, der 5 Lichtjahre von der Erde entfernt ist.

a) Wie lange ist die Strecke im System des Raumfahrers?

b) Wie lange braucht der Raumfahrer für die Reise aus seiner eigenen Sicht?

c) Wie lange braucht er aus Sicht einer Person, die auf der Erde geblieben ist?

8. Aufgabe: Bei einer 2,0 Millionen Lichtjahre von der Erde entfernten Super-Nova-Explosion treten Lichtteilchen (Photonen) und Protonen gleichzeitig ihre Reise zu Erde an.

Das Proton kommt 2,0 Stunden nach dem Photon auf der Erde an.

Wie lange dauerte die Reise des Protons in seinem Ruhesystem?

9. Aufgabe: Der nächste Fixstern (Proxima Centauri) ist 4,3 Lichtjahre von der Erde entfernt. Astronaut Pirx behauptet, dass er mit seinem superschnellen Raumschiff in 2,0 Jahren von der Erde zu Proxima Centauri reisen kann. Ist das wirklich möglich?

Wenn ja, mit welcher Geschwindigkeit muss Pirx reisen und wie lange dauert diese Reise von der Erde aus beurteilt?

10. Aufgabe: Relativistische Protonen

- a) Von welcher Beschleunigungsspannung an müsste man für Protonen den relativistischen Massenzuwachs berücksichtigen, wenn man dies üblicherweise für $v > 0,1c$ tut?
- b) Ein Proton habe die Gesamtenergie von 3,00 GeV. Berechnen Sie den Anteil seiner kinetischen Energie, seine Geschwindigkeit und das Verhältnis seiner Masse zu seiner Ruhemasse.
- c) Um Protonen von 3,0 GeV Gesamtenergie auf einer Kreisbahn vom Umfang 1,5 km zu halten, benötigt man ein magnetisches Führungsfeld. Wie groß muss dessen Flussdichte sein?

11. Aufgabe: α -Teilchen bewegen sich im Vakuum mit der Geschwindigkeit v in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte B auf einer Kreisbahn vom Radius r .

- a) Berechnen Sie den Betrag der Flussdichte in Abhängigkeit von der spezifischen Ladung und der Zeitdauer T für einen Umlauf zunächst allgemein.
- b) Begründen Sie, warum bei vorgegebenem T der Betrag von B vom Radius r der Kreisbahn abhängt, obwohl r in der unter a) berechneten Gleichung nicht mehr explizit vorkommt.
- c) Berechnen Sie den Betrag von B , wenn die α -Teilchen in $T = 5,0 \cdot 10^{-8}$ s einen Kreis mit $r = 1,0$ m durchlaufen.
- d) Schießt man α -Teilchen der Geschwindigkeit $v = 4,0 \cdot 10^6$ m/s unter dem Einschusswinkel ϵ bezüglich der Magnetfeldrichtung in ein Feld der Flussdichte $B = 1,3$ Vs/m² ein, so durchlaufen sie eine Schraubenlinie der Ganghöhe $h = 8,0$ cm. Berechnen Sie den Einschusswinkel ϵ .

12. Aufgabe: In der Mitte eines homogenen Magnetfeldes der Flussdichte B befindet sich eine punktförmige Elektronenquelle, von der nach allen Richtungen Elektronen mit verschiedenen Geschwindigkeiten, abgestrahlt werden.

- a) Zunächst werden nur Elektronen betrachtet, deren Bahnen in einer Ebene verlaufen, die zu B senkrecht steht und durch die Elektronenquelle gelegt ist.

Skizzieren Sie den Verlauf einiger Elektronenbahnen. Begründung!

Wie lange brauchen die einzelnen Elektronen, bis sie wieder zu ihrem Ausgangspunkt zurückkehren?

Allgemeine Rechnung!

- b) Es soll nun die Bahn eines Elektrons betrachtet werden, dessen Geschwindigkeit v mit der Feldrichtung den Winkel ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) bildet.

Berechnen Sie die Entfernung, in der das Elektron wieder auf die Gerade trifft, die parallel zur Feldrichtung durch die Elektronenquelle geht.

Die Elektronenquelle sei ein radioaktives Präparat, das Elektronen der Geschwindigkeit $v = 0,60 \cdot c$ emittiert. Alle unter dem Winkel $\alpha = 30^\circ$ gegen die Feldrichtung emittierten Elektronen werden durch eine Ringblende ausgewählt. In welcher Entfernung von der Elektronenquelle treffen sich diese Elektronen, wenn der Betrag der magnetischen Flussdichte $0,25$ Vs/m² ist?

13. Aufgabe: Ringbeschleuniger

Bei einer Anlage zur Teilchenbeschleunigung treten Protonen nach einem Vorbeschleuniger in einen knapp 27 km langen, ringförmigen Endbeschleuniger ein, der sich in einem unterirdischen Tunnel befindet. Insgesamt wird jedes Proton auf eine Gesamtenergie von 7,0 TeV beschleunigt.

- a) Erläutern Sie, wie es möglich ist, die Protonen auf eine ringförmige Bahn zu zwingen und zudem ihre Geschwindigkeit zu erhöhen.
- b) Beim Betrieb des Endbeschleunigers tritt im Tunnel Strahlung auf. Erklären Sie, wie diese Strahlung zustande kommt und warum deshalb ein Aufenthalt im Tunnel verboten ist. Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass sich die Protonen auf einer Kreisbahn in einem räumlich homogenen Magnetfeld bewegen.
- c) Erklären Sie, warum die Flussdichte des Magnetfelds vom Ausgangswert $B_{\min} = 0,35$ T kontinuierlich auf einen Maximalwert B_{\max} erhöht werden muss, obwohl die Protonen bereits beim Einschuss nahezu mit Lichtgeschwindigkeit kreisen. Berechnen Sie B_{\max} . [zur Kontrolle: $B_{\max} = 5,4$ T]
- d) Im Endbeschleuniger wird das Magnetfeld von supraleitenden Spulen mit jeweils 160 Windungen und der Querschnittsfläche $A = 1,8$ m² erzeugt. Die Protonen erreichen 20 Minuten nach Eintritt in den Ring ihre Maximalenergie. Begründen Sie, warum während dieser 20 Minuten in den Spulen eine Gegenspannung auftritt und berechnen Sie deren Mittelwert.
- Angeregt von Berichten über Ringbeschleuniger möchte ein Kollegiat im physikalischen Praktikum mit einer (langgestreckten) Spule ein magnetisches Feld von 5 T erzeugen. Die Spule enthalte Luft.
- e) Wie schätzen Sie seine Chancen ein? Argumentieren Sie mit Hilfe von Berechnungen, bei denen Sie notwendige Werte realistisch abschätzen.